〈論　文〉

古典派あるいは新古典派の貨幣理論

―― 古典派の二分法と同次性 ――

久保田　義　弘

は じ め に

本稿では，古典派あるいは新古典派体系と効用関数の関係を考察する。貨幣が効用関数の独立変数ではないときには，財あるいはサービス市場が均衡するように相対価格が決まり，次に，その相対価格体系が決まると貨幣市場も均衡し，貨幣市場は財とサービス市場に従属することになる。貨幣が効用関数の独立変数ではないときには，その古典派あるいは新古典派体系には名目価格水準を決定するメカニズムが存在しないことになる。

古典派あるいは新古典派体系（カッセル体系と呼ばれた）では，名目価格を決定するメカニズム（方程式）を組み入れる必要があった。そのためにケンブリッジ残高方程式をその体系に組み入れ，貨幣ストック需要関数を示し，名目価格の決定をこの関数に担わせた。しかし，この残高方程式は取引主体の合理的行動から導出された関数ではなかった。

古典派あるいは新古典派体系では，効用関数の独立変数に貨幣を含めると，財とサービス市場の均衡をもたらすように相対価格が決まり，貨幣市場の均衡をもたらすように名目価格水準が決まり，相対価格と名目価格は同時に決定される。貨幣の保有需要が取引主体の合理的な行動から説明され，価値論と貨幣論の統合が試みられた。

古典派あるいは新古典派の体系で価値論と貨幣論の統合が可能になった。すなわち，ワルラス法則が成立し，財あるいはサービス市場および貨幣ストック市場が均衡し，実物部門で相対価格が決まり，貨幣部門で名目価格が決まり，財とサービスの超過需要関数が価格に関してゼロ次同次，貨幣の超過需要関数が価格に関し一次同次になる新古典派の統合が可能になった。貨幣は中立的になり，古典派の二分法が成立する。

貨幣が直接的に効用をもたらすと想定したパティンキン［1965］やサミュエルソン［1947, 1968］でさえ，貨幣それ自身は保有されることから効用を生むのではなく，それが支出されることによって効用をもたらすことを認めている。この性質は，効用関数の独立変数として貨幣残高を含める必要がないことを示唆しているのかもしれない。パティンキンとサミュエルソンは静学均衡での貨幣理論と価値論の統合を試みている。本稿は，パティンキンとサミュ

エルソンによって示された古典派あるいは新古典派の貨幣理論と価値論の接合を概観する。

貨幣理論と価値論の統合のためには，貨幣も価値貯蔵手段として機能する点に着目し，同時に，貨幣のみが交換の媒介手段であることによって発生する貨幣と他の金融資産の交換のためにも貨幣が必要であることに着目する必要がある。これは，ボーモル＝トービンの在庫理論アプローチとして知られている。このアプローチでは，貨幣の他に少なくとも１つの資産を必要とする。本稿では，資産は貨幣のみであると想定する。

貨幣理論は動学の文脈で構築される必要がある。今日と明日を接合するものが貨幣であり，そのような貨幣の働きは動学均衡の範囲で取り扱われる。動学経済での貨幣の働きは，経済成長と貨幣の関係，取引費用と貨幣の関係で試みられている。シドラウスキー[1967]，レバリー＝パティンキン［1968］およびトービン［1965］などは経済成長と貨幣の関係を探求している。また，ニーハンス[1977]は取引費用と貨幣の関係を探求している。ヒックマン[1950]が適切に述べているように，効用関数の独立変数として貨幣ストックを含める必要があるのであろうか。貨幣需要要因に取引費用，時間選好，不確実性あるいは投資資産の存在を想定すると，貨幣を効用関数の独立変数にしなくとも，貨幣需要関数を導き出すことができ，相対価格の決定と名目価格の決定を統合することができるであろう。また経済理論とゲーム理論を組み合わせて，貨幣経済を描写する方向もある。

本稿の価値論と貨幣論の統合は，静学理論の範囲で扱われる。動学理論の文脈での価値論と貨幣論の統合は本稿の範囲外である。第１章では，貨幣が効用関数の独立変数に含まれないときの古典派あるいは新古典派の価値論と貨幣論の統合，貨幣がこの関数の独立変数になるときの価値論と貨幣論の統合，およびセー法則ならびにワルラス法則と古典派あるいは新古典派体系の関係を考察する。第２章では，古典派あるいは新古典派体系の一つであるカッセル体系において，価値論と貨幣論の統合を考察する。この体系に名目価格を決定するためにケンブリッジ残高方程式を組み入れるが，その導入は取引主体の合理的な行動の結果ではない。最後に，パティンキンとサミュエルソンの効用関数（一般化された効用関数）を想定すると，価値論と貨幣論が整合的に説明されることを示す。しかし，効用関数の独立変数として貨幣を含まない古典派あるいは新古典派体系において，価値論と貨幣論の統合を達成する道は残されている。

貨幣需要要因に取引費用，時間選好，不確実性あるいは投資資産の存在を想定すると，貨幣を効用関数の独立変数にすることなく，貨幣需要関数を導き出すことができ，相対価格の決定と名目価格の決定を統合することができるであろう。また経済理論とゲーム理論を組み合わせて，貨幣経済を描写する方向もある。この他の接近方法については他の論考に譲りたい。

第1章　古典派あるいは新古典派の貨幣理論

第1節　貨幣と効用関数：貨幣が効用関数の独立変数ではない

この節では，貨幣から直接的に効用を生じない経済で，すなわち効用関数の独立変数として貨幣を含まない経済で，取引主体（消費主体）の行動を分析する。この経済にはm人の取引主体がいるとしよう。取引主体 i の効用関数は

$$U^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) \qquad i=1, 2, \cdots, m \tag{1}$$

と表され，ここで，d_{ij} は取引主体 i の財（財あるいはサービス）j に対する需要（あるいは消費）で，非負である。また，取引主体 i が財（財とサービス）j を追加的に増加（あるいは減少）させるときの限界効用を

$$U^i_j=\partial U_i/\partial d_{ij}>0 \qquad j=1, 2, \cdots, n-1$$

とする。ここで，U^i_j は正である。この取引主体 i は予算制約のもとで効用最大化行動をしている。その予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij}+m_i=\sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij}+\bar{m}_i$$

と示される。ここで $p_j>0$　$j=1, 2, \cdots, n-1$ であり，ニュメレール財で測った価格である。また，$\omega_{ij}>0$　$j=1, 2, \cdots, n-1$ は，期初に与えられる現物所得（初期賦存量）で，外生的に与えられる。また，m_i は取引主体 i の貨幣需要，$\bar{m}_i \geq 0$ は取引主体 i の期初の実質貨幣ストック（初期貨幣保有量）である。

取引主体 i はこの予算制約の下でその効用水準を最大にするように各財(財あるいはサービス）の購入量を決める。そのための必要条件（クーン＝タッカー条件）は

$$[\,U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})-\lambda_i p_j]\,d_{ij}=0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$p_m \lambda_i=0$$

$$\left[\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\bar{m}_i)\right]\lambda_i=0$$

である。この条件において，初めに，$\lambda_i=0$ とする。このとき，$m_i \neq 0$ となり，すべての財あるいはサービス j の需要量 $d_{ij} \neq 0$ に対し

$$U^i_j=0$$

となる。その限界効用がゼロになる。通常のように限界効用逓減の法則が仮定されるならば，すなわち効用関数が厳密に凹関数ならば，この条件は取引主体 i の財あるいはサービスの購入量を無限に大きくなることを意味する。すなわち

$$d_{ij}=+\infty \qquad j=1, 2, \cdots, n-1$$

となる。これは，最大化条件である予算制約を考慮すると

$$m_i=-\infty$$

を意味する。しかし，実際に貨幣の保有量をマイナス方向に無限に大きくすることは不可能である。このことから，$\lambda_i=0$ ではないと想定できる。

よって，以下では $\lambda_i>0$ と想定する。このとき，最大化条件から $m_i=0$ となる。すべての財あるいはサービスについて，その需要量が $d_{ij}\neq 0$ であるとき，

$$U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})=\lambda_i p_j$$

が得られる。これは，一円当たりの財（財あるいはサービス）の限界効用が $\lambda_i>0$ に等しいことを示している。λ_i は取引主体 i の所得の限界効用（あるいは，財あるいはサービスに支出された貨幣の限界効用）に等しい。

ここで，財あるいはサービスの購入量が正かつ貨幣の需要量が非負条件を加える。この条件は

$$d_{ij}>0 \text{ かつ } m_i\geq 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1,\ i=1, 2, \cdots, m$$

と表される。これと予算制約から効用最大化のための条件を示すと，それは

$$[\,U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})-\lambda_i p_j]\,d_{ij}=0 \quad d_j>0 \qquad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$(\lambda_i+\mu_i)m_i=0 \quad m_i\geq 0$$

$$\left[\sum_{j=1}^{n-1}p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\bar{m}_i)\right]\lambda_i=0$$

である。$d_{ij}>0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ のとき，この最大化条件から $\lambda_i>0$ が得られる。というのは，需要量が $d_{ij}>0$ であり，$U_j^i>0$ かつ $p_j>0$ であるからである。また，$\mu_i\geq 0$，$\lambda_i+\mu_i>0$ となるので，この第二の最大化条件から $m_i=0$ が得られる。これを第三の最大化条件である予算制約式に代入すると，その式は

$$\sum_{j=1}^{n-1}p_j(d_{ij}-\omega_{ij})-\bar{m}_i=0 \tag{2}$$

と変形される。効用最大化の条件は，(2) と

$$\frac{U_1^i}{p_1}=\frac{U_2^i}{p_2}=\cdots=\frac{U_{n-1}^i}{p_{n-1}}=\lambda_i \tag{3}$$

に書き換えられる。この (3) において，各財あるいはサービスの価格をスカラー倍 (ζ) しても，相対価格は一定不変であるので，取引主体の行動は影響されない。すなわち，限界効用が相対価格に依存していないので，財あるいはサービスの価格を比例的に変化させても，財あるいはサービスの限界代替率は影響されない。

(2) および (3) から，取引主体 i の財あるいはサービス j に対する需要は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, \mathbf{w}_i, \bar{m}_i) \tag{4}$$

と表される。この右辺は，取引主体 i の財 j に対する需要関数であり，ここで $\mathbf{w}_i=(\omega_{i1}, \omega_{i2}, \cdots, \omega_{in-1})>0$ である。この需要関数は価格に関してゼロ次同次である。また，実質貨幣ストッ

クに対する需要は

$$m_i = m^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) \tag{5}$$

となる。古典派あるいは新古典派の貨幣理論において，貨幣の需要関数は，財あるいはサービスの需要関数と同じ変数に依存する。これは価格に関して一次同次関数である。これは，貨幣と財あるいはサービスの違いは本質的ではなく，比喩的に第n番目の財を貨幣と呼んでいるに過ぎない。しかし，古典派あるいは新古典派経済学者は，貨幣は交換の媒介手段であることを十分に認識していたし，また，貨幣それ自身に効用があるのではなく，それが財あるいはサービスを購入するから効用があることを知っていた。

(1)，(2)，(3)，(4)，および(5)で示される古典派あるいは新古典派体系では，貨幣は第 n 番目の財である。それと他の $n-1$ 個の財あるいはサービスとの間には本質的な違いはないが，貨幣として使用れる。第 n 番目の財が貨幣になる必然性は説明されていなく，第 n 番目の財が貨幣の代用をしているに過ぎない。予算制約下の効用最大化のための条件から，$m_i=0 \quad i=1, 2, \cdots, m$ である。これは，取引主体が貨幣を保有しないことを意味する。貨幣が効用関数の独立変数になっていないときには，貨幣保有がゼロになる。

貨幣が保有されないので，(5)から

$$m_i = m_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) = 0$$

となる。他方，$\bar{m}_i > 0$ であるので，取引主体の貨幣需要と供給が整合しない。すなわち，

$$m_i - \bar{m}_i < 0 \quad i=1, 2, \cdots m$$

となり，貨幣の超過供給が生じることになる。この状態が続く限り，財あるいはサービスに対する超過需要が発生し，財あるいはサービスの価格は上昇する。この上昇は実質貨幣残高を小さくし，その需要と供給の両者が等しくなるであろう。この不等号を回避するためには，貨幣の初期保有量もゼロであれば十分である。すなわち

$$\bar{m}_i = 0$$

である。このことを仮定すると，貨幣市場の超過供給はゼロになる。経済はm人からなるので，経済全体での実質貨幣ストックの需要量は

$$\sum_{i=1}^{m} m_i = M$$

であり，経済全体での供給量（ストック）は

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{m}_i = \bar{M}$$

である。各取引主体の実質貨幣ストックの需要量および初期保有量がゼロであれば，

$$M = \bar{M} = 0 \tag{6}$$

となり，このとき，貨幣市場の実質貨幣ストックの超過供給はゼロである。

(6)で示される経済には，実際には，貨幣残高が存在していないと解釈できる。貨幣残高が存在しないときには，この経済では(2)が取引主体 i の予算制約になる。この制約のもとで取引主体 i は効用最大化行動をとる。その最大化条件は，

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})=0$$

$d_{ij}>0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ に対し，

$$U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots d_{in-1})-\lambda_i p_j=0$$

である。この第二の最大化条件は

$$\frac{U_1^i}{p_1}=\frac{U_2^i}{p_2}=\cdots=\frac{U_{n-1}^i}{p_{n-1}}=\lambda_i$$

あるいは

$$\frac{U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})}{U_{n-1}^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})}=\frac{p_j}{p_{n-1}} \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \qquad (3')$$

と表される。この条件において，一定の価格体系が与えられると，各財の需要量が決まり，さらに，各財あるいはサービスの市場均衡も決まる。任意の財あるいはサービス j の需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}) \quad i=1, 2, \cdots, m$$

となる。価格体系が与えられると，取引主体 i の任意の財あるいはサービス j に対する需要量が決まる。古典派あるいは新古典派経済学者は，需要関数が価格に関してゼロ次同次であることを想定した。これは(3′)の条件から想定される。

市場は m 人から構成されるので，任意の財 j の市場需要関数は

$$\sum_{i=1}^{m} d_{ij}(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}})=D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \qquad (4')$$

となる。また，任意の財あるいはサービス j の期初の賦存量が

$$\sum_{i=1}^{m} \omega_{ij}=\Omega_j \quad j=1, 2, \cdots n-1$$

であるので，最大化の条件から，任意の取引主体 i について

$$d_{ij}=\omega_{ij} \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

であれば，任意の財 j の市場均衡は

$$D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega)=\Omega_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \qquad (5')$$

と表される。

(1)，(2′)，(3′)，(4′)および(5′)で表される経済体系では実質貨幣残高がゼロである。この意味で貨幣数量が経済実体に何の影響も与えない経済である。この場合には，その経済にお

いて，貨幣が交換の媒介手段として使用されているのであろうか。価値標準(ニュメレール)としては第n番目の財（貨幣）が使用されるとしても，他のすべての財がニュメレールとなりうる経済である。本質的には，貨幣が効用関数の独立変数に含まれていないときには，貨幣の需要と供給および貨幣市場の需要と供給は経済活動の背景の後ろに隠され，貨幣の働きが観察されない経済になる。その経済では貨幣が存在しないとみなしてよいのであろうか。

貨幣が効用関数の独立変数ではなく，取引主体が何も摩擦もなく，収入と支払の間にも時間的ずれがないならば，貨幣（貨幣数量）は本質的な意味を持たないであろう。

第2節　貨幣の効用と効用関数

この節では，貨幣が効用関数の独立変数になる経済を想定する。取引には何んの摩擦もなく，収入と支払の間には時間的ずれがないと仮定する。

貨幣が本質的な働きをする経済では，貨幣は取引主体に保有される。このことは $m_i>0$ であることを意味する。貨幣が保有される経済を示すために，パティンキン［1965］は取引主体の効用関数の独立変数に貨幣ストックが含まれる経済を提示した。

取引主体 i の効用関数は

$$U^i(d_{ii}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i) \quad i=1, 2, \cdots, m \tag{7}$$

と表される。これから，取引主体 i の財あるいはサービス j の限界効用は

$$U^i_j=\partial U^i/\partial d_{ij}>0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

であり，貨幣の限界効用は

$$U^i_m=\partial U^i/\partial m_i>0 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

である。この取引主体 i は予算制約のもとで行動している。その予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij}+m_i=\sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij}+\bar{m}_i \tag{8}$$

と示される。ここで $p_j>0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ で，$\omega_{ij}>0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ は期初に与えられる現物所得（初期賦存量）で，外生的に与えられる。また，$\bar{m}_i \geq 0$ は期初の貨幣ストック（初期貨幣保有量）である。

取引主体はこの制約の下で効用水準を最大にするように各財の購入量を決める。そのための必要条件（クーン＝タッカー条件）は

$$[\,U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})-\lambda_i p_j]\,d_{ij}=0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$[\,U^i_m-\lambda_i]\,m_i=0$$

$$\left[\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\bar{m}_i)\right]\lambda_i=0$$

である。ここで $d_{ij}\geq 0$ である。

最初に，$m_i>0$ かつ $d_{ij}>0$ ならば，$U^i_m-\lambda_i=0$ であるので，最大化条件として

$$\frac{U^i_1}{p_1}=\frac{U^i_2}{p_2}=\cdots=\frac{U^i_{n-1}}{p_{n-1}}=U^i_m=\lambda_i$$

が得られる。また，任意のh, k に対し

$$\frac{U^i_h(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)}{U^i_k(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)}=\frac{p_h}{p_k} \quad k, h=1, 2, \cdots, n-1 \tag{9}$$

となる。

次に，$d_{ij}=0$ ならば，

$$\frac{U^i_j}{U^i_m}\geq p_j$$

が得られる。しかし，この不等号のもとでは，財あるいはサービス j に対する需要量は増加する。すなわち $\Delta d_{ij}>0$ となる。限界効用の逓減を想定すると，再び条件(8)が得られる。また，$m_i>0$ かつ $U^i_m>0$ のもとでは，$\lambda_i>0$ となる。これは

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\bar{m}_i)=0 \tag{8$'$}$$

となることを意味する。これは取引主体 i のワルラス法則である。

取引主体 i の財あるいはサービス j に対する需要関数は

$$d_{ij}=d^i_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) \tag{10}$$

と表され，これは価格に関してゼロ次同次の関数である。取引主体 i の実質貨幣ストックに対する需要関数は

$$m_i=m^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) \tag{11}$$

と表される。経済は m 人から構成されているので，財あるいはサービス j の市場需要関数は，(9)をすべての取引主体について集計して得られる。これは

$$D_j=D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M}) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{12}$$

となり，また，貨幣ストックの市場需要関数は

$$\sum_{i=1}^{m} m_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i)=M(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M}) \tag{13}$$

となる。貨幣市場の均衡は

$$M(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M})=\sum_{i=1}^{m}\bar{m}_i=\bar{M} \tag{14}$$

と表される。財あるいはサービス市場の均衡は

$$D_j=D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M})=\Omega_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{15}$$

と表される。

貨幣が取引者に直接的に効用をもたらすとき，貨幣ストックの需要は $m_i \neq 0$ であり，かつ，貨幣ストック量も $\bar{m}_i \neq 0$ である。このことは，貨幣が交換の媒介手段としての働きをすることを示している。

貨幣が効用関数の独立変数であるかないかによって，取引主体の予算制約式が異なる。貨幣ストックが効用関数の独立変数になるとき，予算制約式は(9)と示される。これは取引主体のワルラス法則であり，これを取引主体に関して集計すると

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(D_j - \Omega_j) + M - \bar{M} = 0 \tag{16}$$

となる。これは市場のワルラス法則である。

他方，貨幣が効用関数の独立変数ではないとき，取引主体 i の予算制約は(2)として示される。これは取引主体のセー法則であり，また，取引主体 i の財あるいはサービスの超過需要の価値がゼロになることを表している。これを取引主体に関して集計すると

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(D_j - \Omega_j) = 0 \tag{17}$$

となる。これは市場のセー法則である。これは，財あるいはサービスの超過需要価値の総和はゼロになることを示している。

第3節　セー法則とワルラス法則

セー法則の説明から始める。セー法則には，取引主体のセー法則と市場のセー法則がある。すでに示したように，貨幣が保有されない経済では，取引主体 i の財あるいはサービスに対する需要関数は

$$d_{ij} = d_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}, \mathbf{w}_\mathrm{i})$$

であると説明される。この関数は価格に関してゼロ次同次関数である。この性質を使うと，この需要関数は

$$d_{ij} = d_j^i\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_{n-1}}; \mathbf{w}_\mathrm{i}\right) \tag{18}$$

と書き換えられる。(18)は，期初の賦存量および貨幣ストックが所与であるとき，相対価格体系が与えられるならば，財あるいはサービスの需要量が決まることを示している。

取引主体が予算制約下で行動しなければならないので，取引主体 i の財あるいはサービスの需要価値はその期初賦存量の価値に等しい。これは，取引主体のセー法則である。取引主体 i のセー法則は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij} - \omega_{ij}) = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{19}$$

と表される。取引主体がこの制約の下で行動するとき，貨幣を使用することなしに取引主体は財あるいはサービスを取引することができることを示している。これは，(2)で与えた予算制約でもある。これはセー法則であった。

財あるいはサービス j の市場需要関数は

$$D_j = D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, \Omega) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

と表された。これも価格に関してゼロ次同次関数である。よって，これより，

$$D_j = D_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_{n-1}}, \Omega\right) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{20}$$

が得られる。市場のセー法則は相対価格で表現される。

財あるいはサービスの超過需要の価値の総和は(17)で与えられる。これは市場のセー法則である。これは恒等式である。財あるいはサービス市場の均衡は

$$D_j = D_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_{n-1}}, \Omega\right) = \Omega_j \tag{21}$$

となる。所与の期初賦存量の下では，(17)，(18)，(19)，(20)，および(21)は相対価格体系を決める。

次に，取引主体のセー法則と市場のセー法則の関係を示そう。取引主体のセー法則は市場のセー法則の十分条件であるが，必要条件ではない。任意の取引主体 i のセー法則は(19)で示され，それをすべての取引主体について集計すると，(17)が得られる。しかし，(17)が成立していても，(19)がすべての取引主体に成立する必要はない。今，取引主体 r については，

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{rj} - \omega_{rj}) \geq 0$$

となっており，取引主体 s については

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{sj} - \omega_{js}) \leq 0$$

が成立[1]し，かつ，

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{rj} - \omega_{rj}) + \sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{sj} - \omega_{sj}) = 0$$

[1] 取引主体 r にとっては需要の価値の総和が賦存量の価値の総和より大きく，取引主体 s にとっては需要の価値の総和が賦存量の価値の総和より小さいときには，取引主体 r は超過需要の財あるいはサービスを市場で購入し，取引主体 s は超過供給になっている財あるいはサービスを売ることによって，両取引主体は予算制約を満足できるようになる。

両取引者が市場で取引できるためには，財あるいはサービスが財あるいはサービスを購入できることを条件として必要とする。これは，貨幣が唯一の交換の媒介手段であることに矛盾する。

が成立するとき，市場のセー法則，すなわち(17)，は成立する。このことから，取引主体のセー法則は市場のセー法則のための十分条件であるが，必要条件ではない。

古典派あるいは新古典派経済学者が(1)，(17)，(18)，(19)，(20)および(21)の体系で経済の動きを示しているならば，その経済では，初期賦存量とその配分，相対価格体系，および取引主体の選好（嗜好）が与えられると，財あるいはサービス市場の需要および均衡数量が決定される。しかし，この経済ではセー法則（予算制約）が相対価格によって示されるので，名目価格を決定することはできない。この問題を回避するために，新古典派経済学者は効用関数の独立変数に貨幣ストックを加え，貨幣ストック需要関数を明示的に経済体系に導入して，名目価格の決定と相対価格の決定を同時に行うことを試みている。

貨幣が効用関数の独立変数であるとき，ワルラス法則が得られる。貨幣が効用関数の独立変数であるとき，予算制約式を(8)で与え，それは

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\bar{m}_i)=0 \tag{22}$$

と表された。これは取引主体のワルラス法則である。財あるいはサービスに対する超過供給は貨幣の超過需要になる。これは，財あるいはサービスの需要と供給が一致するとき，貨幣の需要と供給が一致することを意味する。これを取引主体に関して集計すると，(16)が得られ，市場のワルラス法則を意味する。

取引主体 i の財あるいはサービスに対する需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i)$$

と表され，これは価格に関してゼロ次同次の関数である。よって，財あるいはサービスに対する需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i\right) \tag{23}$$

となる。期初の賦存量および実質貨幣残高が与えられると，財あるいはサービスに対する需要は相対価格に依存し，名目価格ならびに名目貨幣量には依存しない。すなわち，取引主体 i の実質貨幣ストックに対する需要関数は

$$m_i=m^i(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i)$$

と表され，価格に関して一次同次である。これから

$$\frac{m_i}{p_m}=m^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i\right) \tag{24}$$

が得られる。すなわち，実質貨幣残高に対する需要も相対価格に依存し，名目価格水準には依存しない。

経済が m 人から構成されているので，財あるいはサービス j の市場需要関数は，すべての

取引主体について集計して得られる。これは

$$D_j = D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, \Omega, \bar{M}) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

となり，この関数も価格に関してゼロ次同次である。また，貨幣ストックの市場需要関数は

$$\sum_{i=1}^{m} m_i(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) = M(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M})$$

となる。この関数も価格に関して一次同次である。貨幣市場の均衡は

$$M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\bar{m}_i}{p_m} = \frac{\bar{M}}{p_m} \tag{25}$$

と表される。財あるいはサービス市場の均衡は

$$D_j = D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) = \Omega_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{26}$$

と表される。

古典派あるいは新古典派の経済が(7)，(15)，(22)，(23)，(24)，(25)および(26)によって与えられるとき，財あるいはサービス市場の均衡は，所与の初期賦存量および嗜好の下で，相対価格体系によって決められ，名目価格水準には依存しない。名目価格水準は，所与の初期賦存量，嗜好および相対価格体系の下で，貨幣市場が均衡するように決められる。(25)の貨幣市場の均衡によって名目価格水準は決められる。(26)において，初期貨幣ストック，初期賦存量および相対価格体系が与えられると，貨幣価格 p_m が決められ，さらに，相対価格が与えられるのであるから，p_m が決まると，他の財あるいはサービスの名目価格も決められる。

古典派あるいは新古典派の二分法では，相対価格は財あるいはサービス市場（すなわち実物部門）で決められ，名目価格（絶対価格）水準は貨幣市場（すなわち貨幣部門）で決められる。実物部門と貨幣部門に二分する方法論を古典派あるいは新古典派経済学者は踏襲し，価格決定を説明した。これは，貨幣数量が経済実体に影響しないという古典派あるいは新古典派の命題である。この方法は貨幣の中立性と知られ，古典派あるいは新古典派の経済は貨幣がヴェールとなる経済である。

第 4 節　セー法則と超過需要関数

この節では，セー法則と貨幣の超過需要の関係について説明しよう。取引主体のセー法則は，貨幣の超過需要がゼロの時に成立する。すなわち，$m_i - \bar{m}_i = 0$ のときに(19)が成立する。また，市場のセー法則は，市場での貨幣の超過需要がゼロの時に成立する。すなわち，$M - \bar{M} = 0$ のときに(17)が成立する。よって，貨幣の超過需要がゼロになるとき，取引主体ならびに市場のセー法則が成立する。

最初に，$m_i = 0 = \bar{m}_i$ の取引主体から構成される経済での超過需要関数を示す。すなわち，

貨幣が直接的に効用を生まない経済での超過需要関数の性質を調べることにしよう。この経済において，取引主体 i の財あるいはサービス j に対する超過需要関数は

$$e_{ij}=e_j^i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1};\mathbf{w}_{\mathrm{i}}) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

と表される。この関数は価格に関してゼロ次同次である。また，市場の超過需要関数は

$$E_j=E_j(p_1, p_2, \cdots p_{n-1};\Omega) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

と表される。これも価格に関してゼロ次同次の関数である。この経済では，超過需要関数は価格に関してゼロ次同次関数である。

次に，セー法則と超過需要関数の関係を示す。貨幣が直接的に効用を生まないとき，取引主体が効用最大化行動をとるとき，取引主体 i は予算制約を満たす，すなわち

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})=0 \quad i=1, 2, \cdots, m \tag{2'}$$

である。この関係は，取引主体の貨幣に対する超過需要がゼロであることを意味する。これは，(19)で与えた取引主体のセー法則である。さらに，任意の取引主体 j の貨幣の超過需要がゼロであるとき，市場での貨幣に対する超過需要もゼロになる。すなわち，

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(D_j-\Omega_j)=0$$

となる。これは，(17)で与えた市場のセー法則である。ゆえに，貨幣が直接的な効用を生じない経済では，取引主体ならびに市場のセー法則が成立することが，その経済の整合性には必要である。また，その経済の整合性のためには，任意の財 j について

$$D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega\right)=\Omega_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

が成立する。これは超過需要がゼロであることを意味する。これから分かるように，任意の財 j の超過需要関数が価格に関してゼロ次同次であることを必要とする。取引主体 i の財 j に対する超過需要関数が

$$e_{ij}=d_j^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m};\mathbf{w}_{\mathrm{i}}\right)-\omega_{ij} \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{27}$$

であり，財あるいはサービス j に対する市場の超過需要関数は

$$E_j=D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega\right)-\Omega_j=E_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega\right) \tag{28}$$

である。この超過需要関数は，価格に関してゼロ次同次関数である。(27)ならびに(28)を考慮すると，セー法則は

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_m}(d_{ij}-\omega_{ij})=0 \quad i=1, 2, \cdots, m \tag{29}$$

ならびに

$$\sum_{j=1}^{n-1}\frac{p_j}{p_m}(D_j-\Omega_j)=0 \tag{30}$$

と書き換えられる。

貨幣が直接的に効用を生まないとき，その経済で取引主体が効用最大化行動をとり，各主体間での整合性が保たれるためには，セー法則が成立し，超過需要関数が価格に関してゼロ次同次関数であることを必要とする。これは，取引主体および市場の需要関数および超過需要関数が相対価格の関数になることを意味し，名目価格水準には依存していないことを意味している。貨幣が効用を生まない経済では，名目価格水準を決定するメカニズムが存在しない。

貨幣が直接的に効用を生む経済での取引主体 i の財 j に対する超過需要関数は

$$e_{ij}=e_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i) \quad i=1, 2, \cdots, m \quad j=1, 2, \cdots n-1 \tag{27$'$}$$

と表された。これは価格に関してゼロ次同次関数である。市場の超過需要関数は

$$E_j=E_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \Omega_i, \bar{M})$$

と表される。これより，

$$E_j=E_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega_i, \bar{M}\right) \tag{28$'$}$$

が得られる。貨幣ストックに対する需要関数は

$$m_i=m^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i)$$

であった。これは価格に関して一次同次関数であるので，

$$m_i=m^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i\right) \tag{31}$$

と表され，これは価格に関してゼロ次同次関数である。貨幣ストックの市場需要関数は

$$\sum_{i=1}^{m} m^i(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_\mathrm{i}, \bar{m}_i)=M(p_1, p_2, \cdots, p_i, \cdots, p_{n-1}; \Omega, \bar{M})$$

であった。実質貨幣残高に対する超過需要関数は

$$\begin{aligned} E_M &= M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}, \Omega, \bar{M}\right)\Big/ p_m-\bar{M}/p_m \\ &= E_M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) \end{aligned} \tag{32}$$

である。ワルラス法則は

$$\sum_{j=1}^{n-1}\frac{p_j}{p_m}(D_j-\Omega_j)+\frac{(M-\bar{M})}{p_m}=0 \tag{33}$$

と表される。(33)において，相対価格体系が与えられると，財あるいはサービス市場が均衡するので，貨幣市場も均衡する。このとき，いかなる名目価格水準であろうとも貨幣市場は均衡することになる。これは，相対価格が与えられ，(25)から貨幣市場が均衡するように名目価格水準が決定されるという見解に反することになるように思われる。事実，パティンキンは，(33)と(25)が矛盾すると指摘し，新たな新古典派の貨幣理論を提案した。

以下では必ずしも(25)と(33)が矛盾していないことを説明しよう。今，(33)において貨幣ストックに対する需要とその供給が等しいと仮定する。取引主体 i の貨幣ストック需要を $\hat{m}_i$ とし，$\hat{m}_i=\bar{m}_i$ となっているとしよう。すべての取引主体についてこのことが成立していると，貨幣市場においても

$$\frac{\hat{M}}{p_m}=\frac{\bar{M}}{p_m}$$

が成立する。この仮定の下では，(33)から

$$\sum_{j=1}^{n-1}\frac{p_j}{p_m}(D_j-\Omega_j)=0 \tag{34}$$

が得られる。(34)と財あるいはサービス市場の均衡から，実物部門を均衡させる相対価格体系が得られる。この相対価格体系を貨幣ストック需要関数に代入すると，貨幣ストック需要が得られる。この需要を $\bar{M}$ とする。この貨幣ストック需要にその供給が等しいとしよう。このとき

$$\frac{\bar{M}}{p_m}=\frac{\bar{M}}{p_m}$$

が成立する。このとき

$$E_M=M\left(\frac{p_1}{p_m},\frac{p_2}{p_m},\cdots,\frac{p_{n-1}}{p_m},\Omega,\bar{M}\right)\Big/p_m-\bar{M}/p_m$$

$$=E_M\left(\frac{p_1}{p_m},\frac{p_2}{p_m},\cdots,\frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega,\bar{M}\right)=0$$

である。貨幣市場が均衡するように p_m の水準が決定される。このように考えるならば，(25)と(33)は矛盾することはないであろう。

第 5 節　セー法則と均衡貨幣需要

取引主体 i の貨幣ストック需要が外生的に与えられている貨幣ストックに等しいと仮定する。すなわち，$m_i=\bar{m}_i$ と仮定する。この仮定のもとで，貨幣ストック需要とセー法則の関係を示す。

その取引主体 i の効用関数は，第 2 節と同様に

$$U^i = U^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots d_{in-1}, m_i) \quad i=1, 2, \cdots, m$$

と表され，これは非負の限界効用をもち，２回連続微分可能であると仮定する。すなわち

$$U^i_j = \partial U^i_j / \partial d_{ij} \geq 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

$$U^i_m \geq 0 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

$$U_{jk} = \partial U^i / \partial d_{ij} \partial d_{ik} \leq 0 \quad j, k=1, 2, \cdots, n-1, m$$

であると仮定する。取引主体 i は予算制約下で効用最大化行動をする。その制約は，第２節で示したように

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij} - \omega_{ij}) + (m_i - \bar{m}_i) = 0$$

と表される。

貨幣需要が期初賦存量に等しい状態で取引主体の行動を説明する。$p_j > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ および $m_i = \bar{m}_i$ のもとで，取引主体 i の予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij} - \omega_{ij}) = 0$$

となる。この制約下での取引主体 j の効用最大化条件は，$d_{ij} > 0$ に対して

$$U^i_j - \lambda_i p_j = 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

$$U^i_m = 0 \quad i=1, 2, \cdots, m$$

および

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij} - \omega_{ij}) = 0$$

である。$m_i = \bar{m}_i$ の下での効用最大化行動の条件の一つに取引主体のセー法則が含まれる。

第２節で示したように，需要関数は相対価格の関数になる。初めに，取引主体 i の財あるいはサービスに対する需要関数が価格に関してゼロ次同次となる性質を考慮すると，これは

$$d_{ij} = d^i_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \bar{m}_i\right)$$

と表される。また，取引主体 i の実質貨幣ストックに対する需要関数が価格に関して一次同次となる性質を使うと，これは

$$m_i = m^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \bar{m}_i\right)$$

と表される。次に，市場の需要関数を確認する。財あるいはサービス j の市場需要関数と貨幣ストックの市場需要関数は

$$D_j = D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$\sum_{i=1}^{m} m_i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_i, \bar{m}_i\right) = M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}, 1; \Omega, \bar{M}\right)$$

となる。貨幣市場の均衡は

$$M'\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) = \sum_{i=1}^{m} \bar{m}_i = \bar{M}$$

と表される。ここで$M' = M/p_m$である。財あるいはサービス市場の均衡は

$$D_j = D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) = \Omega_j \quad j = 1, 2, \cdots, n-1$$

と示された。

任意の財あるいはサービスの価格変化が実質貨幣ストック需要に影響しないためには，実質貨幣ストックの変化が財の限界効用および限界代替率に影響しないことを必要とする。取引主体の実質貨幣ストック需要がその初期保有量に等しいとき，$m_i = \bar{m}_i$ であるとき，任意の財あるいはサービスの価格が変化しようとも，実質貨幣ストック需要は変化しないであろう。というのは，実質貨幣ストック需要が保有したい水準になっているときには（貨幣ストック需要が飽和状態になっているときには），財あるいはサービスの価格が変化しようとも，貨幣ストック需要から追加的効用が発生しないときには，実質貨幣ストック需要は変化しない。

このことは

$$\frac{\partial m_i}{\partial p_k} = 0 \quad k = 1, 2, \cdots, n-1$$

と表される。財 k 以外の価格が一定の下で，第 k 財の価格変化の効果は，取引主体 i の効用最大化のための一階条件から

$$\frac{\partial m_i}{\partial p_k} = \frac{1}{|D|}[-(d_{ij} - \omega_{ij})|D_{1n+1}| - \lambda|D_{kn+1}|] = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{33}$$

と表される。さらに，この関係は任意の財あるいはサービスの価格について成立するので，両辺に p_k を掛け，k について総和すると，これから

$$\sum_{k=1}^{n-1} p_k \frac{\partial m_i}{\partial p_k} = \frac{1}{|D|}\left[\sum_{k=1}^{n-1} p_k (d_{ik} - \omega_{ik})|D_{1n+1}| - \lambda_j \sum_{k=1}^{n-1} p_k |D_{kn+1}|\right] = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{33$'$}$$

が得られる。ここで

$$D=\begin{bmatrix} 0, p_1, p_2, \cdots\cdots\cdots\cdots, p_{n-1}, 1 \\ p_1, U_{11}, U_{12}, \cdots\cdots\cdots, U_{1n-1}, U_{1,n} \\ \vdots \ \vdots \quad \vdots \ \cdots\cdots\cdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \ \vdots \quad \vdots \ \cdots\cdots\cdots \quad \vdots \quad \vdots \\ p_{n-1}, U_{n-11}, \cdots\cdots\cdots, U_{n-1n-1}, U_{n-1n} \\ 1, U_{n1}, U_{n2}, \cdots\cdots\cdots, U_{nn-1}, U_{nn} \end{bmatrix}$$

である。この行列は縁付ヘッセ行列であり，

$$U_{sk}=\partial U_s^i/\partial d_{ik}\leq 0 \quad s=1, 2, \cdots, n-1, n \quad k=1, 2, \cdots, n-1$$

$$U_{sm}=\partial U_s^i/\partial m_i\leq 0 \quad s=1, 2, \cdots, n-1, n$$

である。また，行列 D_{1n+1} は，行列 D の第１行第 n＋１列の余因数，D_{kn+1} は行列 D の第 k 行第 n＋１列の余因数である。また，貨幣価格の変化の実質貨幣ストック需要に与える効果は

$$\frac{\partial m_i}{\partial p_m}=\frac{1}{|D|}\Big[-(m_i-\overline{m}_i)|D_{1n+1}|-\lambda_i|D_{n+1n+1}|\Big]=0 \tag{34}$$

と表される。(34)の両辺に p_m を掛けて整理すると

$$p_m\frac{\partial m_i}{\partial p_m}=\frac{1}{|D|}[-p_m(m_i-\overline{m}_i)|D_{1n+1}|-p_m\lambda_i|D_{n+1n+1}|]=0 \tag{34$'$}$$

が得られる。(33′)と(34′)を加えると，価格変化の貨幣ストック需要にもたらす効果が得られる。それは

$$\sum_{k=1}^{n-1}p_k\frac{\partial m_i}{\partial p_k}+p_m\frac{\partial m_i}{\partial p_m}=-\frac{|D_{1n+1}|}{|D|}\left\{\sum_{k=1}^{n-1}p_k(d_{ik}-\omega_{ik})+p_m(m_i-\overline{m}_i)\right\}$$

$$-\frac{\lambda_i}{|D|}\left\{\sum_{k=1}^{n-1}p_k|D_{kn+1}|+p_m|D_{n+1n+1}|\right\}=0 \quad i=1, 2, \cdots, m \tag{35}$$

と表される。(35)において $m_i=\overline{m}_i$ であり，かつ，取引主体 j のセー法則が成立する。これは，(35)の最初の等号で示される式の右辺で最初の大括弧内は効用最大化条件からゼロになる。よって，価格変化が貨幣ストック需要に影響しないためには，すなわち，(35)がゼロになるためには，その右辺の第二番目の大括弧内がゼロである必要がある。このためには $|D_{kn+1}|=0$ かつ $|D_{n+1n+1}|=0$ であればよい。一般に

$$U_{jk}<0 \quad j, k=1, 2, \cdots, n-1$$

であると想定できようから，このとき，$|D_{kn+1}|=0$ かつ $|D_{n+1n+1}|=0$ であるためには，

$$U_{jm}=0 \quad j=1, 2, \cdots n-1 \tag{36}$$

が必要である。(36)は，貨幣ストック量の変化が財あるいはサービスの限界効用に影響しないことを示している。

さらに，(36)は任意の2財の限界代替率に影響しないことを意味する。すなわち，$\frac{U_j^i}{U_k^i}=\frac{p_j}{p_k}$ の比率に貨幣ストックの変化は影響しない。これは

$$\partial\left(\frac{U_j^i}{U_k^i}\right)\Big/\partial m_i=0 \tag{37}$$

と表される。これは，貨幣ストックが財あるいはサービスから分離された存在であることを示している。

貨幣ストックが財あるいはサービスの限界効用および限界効用の比に影響しないとき，財あるいはサービスの名目価格水準は決定されない。効用最大化条件と市場均衡から相対価格体系が決まれば，その体系は名目価格水準には影響されない。

貨幣が効用をもたらすが，貨幣ストック需要が初期保有量に等しいときには，そのストック量の変化は財あるいはサービスの限界効用およびその限界効用比に影響しない。貨幣は本質的な働きをしないと推測してよいのであろうか。

財あるいはサービスの名目価格水準の決定と貨幣ストックの均衡水準の関係について考察しよう。取引主体のセー法則が成立するとき，先に示したように，市場のセー法則が成立する。すべての取引主体 i にとって $m_i=\bar{m}_i$ であることは，貨幣市場の均衡を意味する。また，取引主体 i のセー法則は，財の需要(あるいは超過需要)関数が価格に関してゼロ次同次関数であり，財の市場需要（超過需要）関数も価格に関してゼロ次同次関数である。これは，需要（あるいは超過需要）が相対価格に依存することを意味する。財市場を均衡にもたらす価格が唯一つ存在し，財市場の均衡と貨幣市場の均衡が整合するならば，名目価格と相対価格の決定は同時になされると解釈できる。古典派の2分法が均衡において成立するならば，相対価格の決定と名目価格の決定は同時に行われる。

今，貨幣需要が

$$M=\sum_{i=1}^{m}m_j=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n-1}p_i\omega_{ij}$$

と示されるとしよう。ここで，ω_{ij} は外生的に与えられる実質所得であり，$\sum_{i=1}^{m}\omega_{ij}=\Omega_j$ であるので，上の関係は

$$M=\sum_{j=1}^{n-1}p_j\Omega_j \tag{38}$$

と表される。これは，貨幣需要が価格に関して一次同次であることを示している。これは

$$M=p_m\sum_{j=1}^{n-1}\frac{p_j}{p_m}\Omega_j \tag{38$'$}$$

と変形される。ここでの相対価格は財市場を均衡させる相対価格であり，貨幣市場を均衡さ

せる名目価格（p_m）が決められると，その他のすべての名目価格水準も決定されることになる。よって，財あるいはサービス市場が均衡するように相対価格が決められ，その相対価格に整合するように名目価格が決定され，貨幣市場が均衡状態が維持される。ゆえに，市場のセー法則と市場のワルラス法則が同時に成立する経済では，相対価格の決定と名目価格の決定は同時になされる。

第 2 章　価値論と貨幣論の統合

第 1 節　カッセル体系と貨幣論

ここでは，古典派体系としてカッセル体系を取りあげ，相対価格と名目価格の決定の問題を説明する。n 財（財とサービス）経済を想定する。第 n 財目が貨幣であり，その価格を 1 とする。財 j の需要と供給は

$$D_j = F_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}) \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{1}$$

$$S_j = G_j(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}) \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

と表され，財とサービス市場の均衡は

$$D_j = S_j \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

である。この体系をカッセル体系と呼ぶ。この体系の方程式の数は 3n，未知数は 3n－1 である。しかし，第 n 番目の財（貨幣）に対する需要とその供給は他のすべての財とサービスの供給と需要に依存する。このことを考慮すると，均衡条件は

$$D_k = S_k \quad k = 1, 2, \cdots, n-1 \tag{3$'$}$$

$$D_n = \sum_{i=1}^{n-1} p_i G_i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}) = \sum_{j=1}^{n-1} p_j F_j(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}) = S_n \tag{3$''$}$$

となる。(3″) において，D_n と S_n は価格体系$(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1})$に依存しているので，この体系が与えられると，貨幣需要および貨幣供給が決定される。このことは，貨幣需要と貨幣供給が他の n－1 の均衡方程式から独立しているのではなく，逆に，それに依存していることになる。よって，

$$D_n - S_n = \sum_{j=1}^{n-1} p_j G_j(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}) - \sum_{j=1}^{n-1} p_j F_j(p_1, p_2, \cdots p_{n-1})$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} p_j (G_j - F_j) \tag{4}$$

となる。ここで貨幣以外のすべての財あるいはサービス市場で需要と供給が等しいときには，名目価格水準に関係なく貨幣市場が均衡する。貨幣市場が他のすべての市場に依存している限りにおいて，カッセル体系は整合的である。ゆえに，カッセル体系においては，相対価格体系が与えられると貨幣需要とその供給が決定され，さらに，他のすべての市場が均衡に至

る相対価格体系において貨幣市場も均衡する。しかし，この体系には名目価格を決定するメカニズムが存在しない。

また，カッセル体系にはミクロ的な基礎がなく，取引主体の貨幣需要をその効用最大化行動から導き出すメカニズムが欠落している。これを補うためには，第 1 章で与えた効用関数（(1)の効用関数）および予算制約下の効用最大化行動のための効用最大化条件を明らかにする必要がある。この節の財あるいはサービスに対する需要関数は，取引主体の予算制約下の効用最大化から導出されると仮定する。また，この節の財あるいはサービスの供給関数は期初の賦存量に等しいと仮定する。この仮定の下では，第 1 章第 1 節で示したように，財あるいはサービスの超過需要関数は価格に関してゼロ次同次になる。このとき，(4)から，価格水準に関係なく，財あるいはサービス市場が均衡すると，貨幣市場は均衡する。この意味においてカッセル体系には価格水準を決めるメカニズムが存在していない。

第 2 節　カッセル体系，同次性および名目価格の決定

カッセル体系において財あるいはサービスの需要関数および供給関数が価格に関してゼロ次同次関数であれば，貨幣需要および供給は価格に関して一次同次になる。すなわち，

$$D_j = F_j(\lambda p_1, \lambda p_2, \cdots, \lambda p_{n-1}) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$S_j = G_j(\lambda p_1, \lambda p_2, \cdots, \lambda p_{n-1}) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

であれば，

$$D_n = \sum_{j=1}^{n-1} \lambda p_j G_j(\lambda p_1, \lambda p_2, \cdots, \lambda p_{n-1}) = \lambda \sum_{j=1}^{n-1} p_j S_j = \lambda D_n$$

$$S_n = \sum_{j=1}^{n-1} \lambda p_j F_j(\lambda p_1, \lambda p_2, \cdots, \lambda p_{n-1}) = \lambda \sum_{j=1}^{n-1} p_j D_j = \lambda S_n$$

となる。貨幣需要関数およびその供給関数は価格に関して一次同次になる。

上の関数において，$\lambda = 1/p_{n-1}$ とおくと，

$$D_j = F_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, 1\right) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{5}$$

$$S_j = G_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, 1\right) \quad j=1, 2, \cdots, n-1 \tag{6}$$

が得られる。また，

$$D_n = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_{n-1}} G_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, 1\right) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_{n-1}} S_j$$

$$S_n = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_{n-1}} F_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, 1\right) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_{n-1}} D_j$$

が得られる。貨幣以外の財とサービス市場が均衡しているならば，すなわち

$$D_j = S_j \quad j = 1, 2, \cdots, n-1 \tag{7}$$

ならば，

$$D_n - S_n = \frac{p_j}{p_{n-1}}(S_j - D_j) = 0 \quad j = 1, 2, \cdots, n-1 \tag{8}$$

となる。均衡価格体系が与えられると，名目価格水準が何であろうとも，貨幣市場は均衡する。(8) は (7) に依存するので，独立ではない。そのため，名目価格水準は決定されない。上の体系では，未知数が 3n－2(p_j/p_{n-1}, $j=1, 2, \cdots, n-2$ と D_j, $S_j j=1, 2, \cdots n$)，方程式の数が 3n－1である。その体系は過少決定になる。

名目価格水準を決めるためには，他の方程式を組み入れる必要がある。ここではケンブリッジ残高方程式を加える。これは，貨幣に対するストック需要方程式である。期首の貨幣ストック量を M_0，期末の貨幣ストック需要量を M^D とする。貨幣に対するストックの超過需要とそのフローの超過需要の関係は

$$M^D - M_0 = D_n - S_n \tag{9}$$

となる。ここでストックの超過需要はフローの超過需要に等しい。そのストックとしての貨幣の需給が一致しているならば，フローとしての需給も一致する。

ストックとしての貨幣需要がケンブリッジ残高方程式で与えられるとき，ストック需要は

$$M^D = k \sum_{j=1}^{n-1} p_j D_j(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}) \tag{10}$$

と与えられる。ここで k[2] は定数である。(n－1) の財市場で均衡が成立するとき，(n－2) の相対価格が決まり，フローの貨幣の需給が一致する。財あるいはサービスの需要関数が価格に関してゼロ次同次であること，(10) は

$$M^D = k p_{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_{n-1}} D_j\left(\frac{p_1}{p_{n-1}}, \frac{p_2}{p_{n-1}}, \cdots, \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, 1\right) \tag{11}$$

と書き換えられる。貨幣市場の均衡は

$$M_0 = M^D \tag{12}$$

である。ここで相対価格が決まると，(12) は p_{n-1} を決定し，さらに p_ℓ，$\ell = 1, 2, \cdots, n-2$ を決定する。

需要関数と供給関数の体系に貨幣需要を示すケンブリッジ残高方程式を加えると，名目価

[2] ケンブリッジ残高方程式は所得の一定割合を貨幣ストックで保有するという社会的慣習を定式化したものである。これは取引主体の合理的な行動から導出された定式ではない。貨幣の需要関数を取引主体の合理的な行動から導出し，貨幣市場が均衡するように名目価格水準を決めることができるならば，価値論と貨幣論の統合が達成される。

格を決定することができる。しかし，(8)において，(D_n-S_n)は価格に関して一次同次であるが，(M^D-M_0)は価格に関して一次同次ではない。というのは，貨幣ストック，M_0，は価格に依存していないので。この意味でケンブリッジ残高方程式を加えた体系は整合的ではない。

ヒックマン［1950］によると，実物部門が相対価格で解かれると，貨幣が交換の媒介手段であるので，他の財の供給によって決まることから，貨幣需要を D_m とすると，貨幣需要は

$$D_m/p_{n-1}=(p_1/p_{n-1})S_1+(p_2/p_{n-1})S_2+\cdots+(p_{n-2}/p_{n-1})S_{n-1}$$

と表される。これから，貨幣残高方程式は

$$M^D=\frac{1}{p_{n-1}}kD_m$$

$$M_0=M^D$$

となる。この右辺が貨幣ストック需要を表して，左辺がストック量である。この貨幣残高式より

$$p_{n-1}=\frac{k}{M_0}D_m \tag{13}$$

が得られる。財あるいはサービス市場(実物部門)が相対価格で均衡するように D_m が決定されると，(13)はn－1番目の財の名目価格水準を決める。次に，他のすべての財の名目価格水準が決まる。

このように，カッセル体系にケンブリッジ残高方程式を加えることによって，相対価格と名目価格水準が決定される。ゆえに，M_0 と k が一定不変であることがカッセル体系における不整合性の原因では必ずしもない。(13)から分かるように，ヒックマンは相対価格と名目価格水準の決定の整合性を貨幣市場の均衡を前提に行っている。彼の説明は，貨幣需要が貨幣量を決める商品貨幣経済では正しいであろうが，しかし，政府（あるいは貨幣当局）によって貨幣ストックが管理される不換紙幣経済では必ずしも正しくはないであろう。不換紙幣経済では，貨幣の需要主体とその供給主体が分離し，貨幣市場が不均衡状態になる。

ヒックマンの見解は，合理的な理論から貨幣需要を導出してはいない。貨幣需要を取引主体の効用最大化行動から説明する必要がある。さらに，取引主体が，それ自身としては何の効用も生まない貨幣を何故保有するのか。これが貨幣理論の課題である。この課題に答えることが必要である。

ヒックマンの貨幣需要はフローとしての貨幣需要であるが，ケンブリッジ残高方程式が説明する貨幣需要はストックとしての貨幣需要である。この両方の貨幣需要を整合させる貨幣理論が必要である。

第３節　価値論と貨幣論の統合：ヒックマンからパティンキンへ

ヒックマンの説明では貨幣需要はケンブリッジ残高方程式で決定されると想定されていた。しかし，この残高方程式は取引主体の合理的行動から導出されていない。相対価格の決定理論と貨幣需要の決定理論を整合させる基礎理論が必要である。ヒックマンの価値論と貨幣論の統合をもたらすミクロ的基礎は，第１章第１節に示した効用関数と予算制約下の最大化行動によって与えられる。最初に，取引主体 i の効用関数は

$$U^i = U^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) \quad i=1, 2, \cdots, m$$

と表され，ここで，$d_{ij} \geq 0$ であり，$U^i_j = \partial U_i / \partial d_{ij} > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ である。

この取引主体 i は予算制約のもとで効用最大化行動をしている。その予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij} + m_i = \sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij} + \bar{m}_i \tag{14}$$

と示される。ここで $p_j > 0 \quad j=1, 2, \cdots n-1$，$\omega_{ij} > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ は，期初に与えられる現物所得（初期賦存量）で，外生的に与えられる。また，m_i は取引主体 i の貨幣需要，$\bar{m}_i \geq 0$ は取引主体 i の期初の実質貨幣ストック（初期貨幣保有量）である。ヒックマンは制約式を追加している。それは，各取引主体の貨幣残高式である。この制約は

$$m_i = k \sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij} \tag{15}$$

である。(14)に(15)を代入すると，予算制約式は

$$(1+k) \sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij} = \sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij} + \bar{m}_i$$

となる。取引主体 i のラグランジェ関数は

$$\Gamma = U^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) + \lambda_i \left[\sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij} + \bar{m}_i - (1+k) \sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij} \right]$$

である。これから取引主体 i の効用最大化条件のための必要条件（クーン＝タッカー条件）は

$$[\, U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) - \lambda_i (1+k) p_j] d_{ij} = 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$\left[\sum_{j=1}^{n-1} p_j (d_{ij} - \omega_{ij}) - \bar{m}_i \right] \lambda_i = 0$$

である。ここで $\lambda_i > 0$，$m_i \neq 0$，かつ $d_{ij} > 0$ とする。最初の条件は

$$\frac{U^i_1}{p_1} = \frac{U^i_2}{p_2} = \cdots = \frac{U^i_{n-1}}{p_{n-1}} = \lambda_i (1+k)$$

あるいは

$$\frac{U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})}{U^i_{n-1}(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1})} = \frac{p_j}{p_{n-1}} \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

となる。第二の条件は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})-\overline{m}_i=0$$

である。財あるいはサービスの需要は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

と表され，貨幣需要は

$$m_i=k\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij}(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i)$$

と表される。財あるいはサービスの需要関数はすべての価格に関してゼロ次同次，貨幣需要関数はその価格に関して一次同次である。効用最大化条件において，その価格をスカラー倍(ζ)しても，任意の相対価格は一定不変で，財あるいはサービスの限界代替率は影響されない。

取引主体 i の財あるいはサービス j に対する需要は，そのゼロ次同次性の性質を使うと，これは

$$d_{ij}=d_j^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i\right)$$

と表される。この右辺は，取引主体 i の財 j に対する需要関数であり，ここで $\mathbf{w}_{\mathrm{i}}=(\omega_{i1}, \omega_{i2}, \cdots, \omega_{in-1})>0$ である。また，名目貨幣ストックに対する需要は

$$\frac{M^D}{p_m}=k\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_j^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i\right) \tag{17}$$

となる。これは財あるいはサービスの価格に関して一次同次関数である。財あるいはサービス市場（実物部門）で相対価格体系が決まると，貨幣の需要関数と所与の貨幣数量の均衡が名目価格水準を決定する。

ヒックマンの説明では，貨幣が財あるいはサービスと本質的に異ならない。比喩的に第n番目の財を貨幣と呼んでいるに過ぎない。しかし，ヒックマンも他の古典派あるいは新古典派経済学者と同様に，貨幣自身は効用をもたらすものではなく，支出されて効用をもたらすことを，すなわち，貨幣は交換の媒介手段であることを十分に認識していた。ヒックマンは，その体系に貨幣残高方程式(たとえばケンブリッジの残高方程式)を組み込み，貨幣のストック需要が慣習的に決まると想定した。しかしながら，貨幣需要は合理的に説明されていなかった。貨幣需要を合理的に説明する必要がある。

次に，貨幣が効用関数の独立変数であることを想定して，相対価格の決定と名目価格水準の決定を総合させる。以下の展開はパティンキン［1950］［1965］の見解による価値論と貨幣論の統合である。

取引主体 i の効用関数は

$$U^i = U^i(d_{ii}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i) \quad i=1, 2, \cdots, m$$

と表される。ここで $U^i_j = \partial U^i / \partial d_{ij} > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$，$U^i_m = \partial U^i / \partial m_i > 0$ である。この取引主体 i は予算制約のもとで行動している。その予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j d_{ij} + m_i = \sum_{j=1}^{n-1} p_j \omega_{ij} + \overline{m}_i$$

と示される。ここで $p_j > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ で，$\omega_{ij} > 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$ は期初に与えられる現物所得（初期賦存量）で，外生的に与えられる。また，$\overline{m}_i \geq 0$ は期初の貨幣ストック（初期貨幣保有量）である。

取引主体はこの制約の下で効用水準を最大にするように財あるいはサービスの購入量を決める。そのための必要条件（クーン＝タッカー条件）は

$$[U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) - \lambda_i p_j] d_{ij} = 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$[U^i_m - \lambda_i] m_i = 0$$

$$\left[\sum_{j=1}^{n-1} p_j (d_{ij} - \omega_{ij}) + (m_i - \overline{m}_i)\right] \lambda_i = 0$$

である。ここで $m_i > 0$ かつ $d_{ij} > 0$ とする。効用最大化条件は

$$U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}) - \lambda_i = 0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$U^i_m - \lambda_i = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j (d_{ij} - \omega_{ij}) + (m_i - \overline{m}_i) = 0$$

であるので，この最大化条件は

$$\frac{U^i_1}{p_1} = \frac{U^i_2}{p_2} = \cdots = \frac{U^i_{n-1}}{p_{n-1}} = U^i_m = \lambda_i$$

あるいは

$$\frac{U^i_j(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)}{U^i_m(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)} = p_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

任意の h，k に対しは

$$\frac{U^i_h(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)}{U^i_k(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}, m_i)} = \frac{p_h}{p_k} \quad k, h=1, 2, \cdots, n-1$$

かつ

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j (d_{ij} - \omega_{ij}) + (m_i - \overline{m}_i) = 0$$

である。

取引主体 i の財あるいはサービスに対する需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}, 1; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \bar{m}_i\right)$$

と表され，これは価格に関してゼロ次同次の関数である。取引主体 i の貨幣ストックに対する需要関数は

$$m_i=m^i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \bar{m}_i\right)$$

と表される。

経済は m 人から構成されているので，財あるいはサービス j の市場需要関数をすべての取引主体について集計して，市場の需要関数が得られる。これは

$$D_j=D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right) \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

となり，また，貨幣ストックの市場需要関数は

$$\sum_{i=1}^{m} m_i\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \bar{m}_i\right)=M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right)$$

となる。貨幣市場の均衡は

$$M\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right)=\sum_{i=1}^{m} \bar{m}_i=\bar{M}$$

と表される。財あるいはサービス市場の均衡は

$$D_j=D_j\left(\frac{p_1}{p_m}, \frac{p_2}{p_m}, \cdots, \frac{p_{n-1}}{p_m}; \Omega, \bar{M}\right)=\Omega_j \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

と表される。財あるいはサービス市場を均衡させるように相対価格が決まり，その相対価格が与えられると，貨幣市場の均衡をもたらすように名目価格水準が決まる。

貨幣ストックが効用関数の独立変数になるとき，予算制約式は

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_m}(d_{ij}-\omega_{ij})+\left(\frac{m_i}{p_m}-\frac{\bar{m}_i}{p_m}\right)=0 \tag{18}$$

と示される。これは取引主体のワルラス法則であり，これを取引主体に関して集計すると

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{p_j}{p_m}(D_j-\Omega_j)+\left(\frac{M}{p_m}-\frac{\bar{M}}{p_m}\right)=0 \tag{19}$$

が得られる。これは市場のワルラス法則である。

上で説明したように，効用関数の独立変数として貨幣ストックが含まれるとき，ワルラス法則が成立する。この法則の下で，もし貨幣市場が均衡していると想定すると，このときの貨幣需要を $\hat{M}$ とし，$\hat{M}=\bar{M}$ を想定する。(36)から

$$\sum_{j=1}^{n-1}\frac{p_j}{p_m}(D_j-\Omega_j)=0$$

が得られる。次に，財あるいはサービス市場が均衡するように，すなわち

$$D_j=D_j\left(\frac{p_1}{p_m},\frac{p_2}{p_m},\cdots,\frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega,\bar{M}\right)=\Omega_j \quad j=1,2,\cdots,n-1$$

が成立すると，相対価格体系

$$\left(\frac{p_1}{p_m},\frac{p_2}{p_m},\cdots,\frac{p_{n-1}}{p_m}\right)$$

が決定される。この相対価格を貨幣の需要関数に代入すると，貨幣需要が得られる。すなわち，

$$M\left(\frac{p_1}{p_m},\frac{p_2}{p_m},\cdots,\frac{p_{n-1}}{p_m};\Omega,\bar{M}\right)=\sum_{i=1}^{m}\bar{m}_i=\bar{M} \tag{20}$$

が成立するように，貨幣価格が決定される。この貨幣需要が先に想定した貨幣需要$(\hat{M})$に等しければ，貨幣市場の均衡が維持される。もしその貨幣需要が先に想定した大きさと異なっている場合には，新しく得られた貨幣需要$(\vec{M})$が貨幣ストックに等しいと想定する。この想定の下で，財あるいはサービス市場を均衡させる相対価格を見つけ，その価格を貨幣需要関数に代入し，貨幣需要を求める。これが$(\vec{M})$に等しければ，貨幣市場の均衡が維持され，貨幣価格が決定され，財あるいはサービスの名目価格水準も決定される。

取引主体の初期賦存量ならびにその嗜好が与えられ，ワルラス法則が成立し，財あるいはサービス市場の均衡および貨幣市場の均衡が同時に成立すると，財あるいはサービス市場が均衡するように相対価格体系が決定され，貨幣市場が均衡するように名目価格水準が決定され，価値論と貨幣論の統合が達成される。パティンキンは，貨幣残高を効用関数の独立変数にし，価値論と貨幣論の統合を試みた。

第 4 節　パティンキン効用関数の一般化

パティンキンの効用関数は

$$U^i=U^i(d_{i1},d_{i2},\cdots,d_{in-1};p_1,p_2,\cdots,p_{n-1},p_m,m_i) \tag{21}$$

で表される効用関数の特殊な形態[3] であるとみなされる。この効用関数には，すべての財あるいはサービスの価格と貨幣残高が独立変数として含まれる。これは価格と貨幣数量に関して

[3] パティンキンの効用関数は $U_i=U_i(d_{i1},d_{i2},\cdots d_{in-1};m_i)$である。ここで m_i は実質貨幣需要である。さらに，$p_m=p^m(p_1,p_2,\cdots,p_{n-1})$であると示すことができる。このことを考慮すると，パティンキンの効用関数が(36)の関数の特殊な形態であることは分かる。

ゼロ次同次関数であると仮定される。この仮定は，財あるいはサービスの需要関数がゼロ次同次関数であり，貨幣需要関数が価格に関して一次同次関数であることを引き出すための仮定である。一般化された効用関数は，サミュエルソン［1947］［1968］よって提示されたものである。パティンキンの効用関数は独立変数として貨幣残高のみを含む関数である。

取引主体が予算制約のもとで効用最大化行動をする。取引主体の予算制約は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\overline{m}_i)=0$$

となる。この制約下で取引主体が効用最大化行動をするとき，その最大化のための必要条件は，$d_{ij}>0$，$m_i>0$ のもとで，

$$U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}; p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, p_m, m_i)-\lambda_i p_j=0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$U_m^i-\lambda_i=0$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+(m_i-\overline{m}_i)=0$$

である。ここで λ_i は取引主体 i の所得からの限界効用，すなわち貨幣の支出からの限界効用である。また，U_m^i はこの取引主体が貨幣を保有することからの限界効用である。これから

$$\frac{U_1^i}{p_1}=\frac{U_2^i}{p_2}=\cdots=\frac{U_{n-1}^i}{p_{n-1}}=U_m^i=\lambda_i$$

が得られる。

効用関数が価格と貨幣量に関してゼロ次同次であると仮定すると，価格と貨幣数量を ζ 倍しても効用水準（限界効用水準）は変化しないので，上の加重限界効用均等の法則から

$$\frac{U_1^i}{p_1}=\frac{U_2^i}{p_2}=\cdots=\frac{U_{n-1}^i}{p_{n-1}}=U_m^i=\zeta\lambda_i=\lambda_i' \tag{22}$$

が得られ，これは価格と貨幣数量を比例的に変化させても取引主体の選択には影響しないことを意味する。

一般化された効用関数の下でも，財あるいはサービスの需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i)$$

となり，貨幣の需要関数は

$$m_i=m^i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i)$$

となる。この関数はパティンキンの需要関数に同じである。この需要関数を集計し，市場の需要関数が得られる。それもパティンキンの場合と同じになる。よって，一般化された効用関数の場合にも，価値論と貨幣論の統合が得られる。

貨幣は交換の媒介手段である。さらに，交換の媒介手段であるがゆえに，貨幣は価値貯蔵手段でもある。この後者の性質を貨幣以外の金融資産や土地などの不動産も具えている。以

下では，貨幣以外の金融資産が価値貯蔵手段として使用される経済において，価値論と貨幣論の統合を簡潔に説明しよう。財あるいはサービスの需要および貨幣需要について簡単に説明しよう。効用関数をパティンキンのタイプとし，他の資産が貨幣と共に保有されることを想定しよう。この資産は利子を生む資産である。取引主体の制約式は

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+m=(1+r)\overline{m}$$

であるとする。その最大化のための必要条件は，$d_{ij}>0$，$m_i>0$ のもとで，

$$U_j^i(d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in-1}; p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, p_m, m_i)-\lambda_i p_j=0 \quad j=1, 2, \cdots, n-1$$

$$U_m^i-\lambda_i=0$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} p_j(d_{ij}-\omega_{ij})+m=(1+r)\overline{m}$$

である。ここで λ_i は取引主体 i の所得の限界効用，すなわち貨幣の支出による限界効用である。また，U_m^i は取引主体が貨幣保有の限界効用である。これから

$$\frac{U_1^i}{p_1}=\frac{U_2^i}{p_2}=\cdots=\frac{U_{n-1}^i}{p_{n-1}}=U_m^i=\lambda_i$$

が加重限界効用均等の法則である。財あるいはサービスの需要関数は

$$d_{ij}=d_j^i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}, r; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i) \tag{23}$$

となり，価格に関してゼロ次同次である。貨幣の需要関数は

$$m_i=m^i(p_1, p_2, \cdots p_{n-1}, r; \mathbf{w}_{\mathrm{i}}, \overline{m}_i) \tag{24}$$

と表され，価格に関して一次同次である。

む す び

本稿では，古典派あるいは新古典派体系において，貨幣が効用関数の独立変数になる場合とならない場合に分けて，価値論と貨幣論の統合を考察した。貨幣が効用関数の独立変数ではないときには，財あるいはサービスの市場が均衡するように相対価格が決まり，この相対価格が決まると貨幣市場も均衡し，貨幣市場は財とサービス市場に従属することになる。この場合には，名目価格水準を決定するメカニズムがその体系に存在しない。名目価格を決定するメカニズム（方程式）をその体系に組み入れる必要があった。その体系にケンブリッジ残高方程式を組み入れ，これがストック需要関数となり，名目価格の決定はこの関数が担うことになった。しかしこの残高方程式は取引主体の合理的行動から導出されたものではなかった。

その体系で効用関数の独立変数として貨幣を含む古典派あるいは新古典派体系で，財とサービス市場の均衡をもたらすように相対価格が決まり，貨幣市場の均衡をもたらすように名目

価格水準が決まることを確認した。相対価格と名目価格は同時に決定され，貨幣の保有需要が取引主体の合理的な行動から説明され，価値論と貨幣論の統合が試みられた。しかしながら，ヒックマン［1950］が適切に述べているように，効用関数に独立変数として貨幣ストックを含まない古典派あるいは新古典派体系においてさえ価値論と貨幣論の統合が可能になる。すなわち，ワルラス法則が成立し，財あるいはサービス市場および貨幣ストック市場が均衡し，実物部門で相対価格，貨幣市場で名目価格を決定し，さらに財とサービスの超過需要関数が価格に関してゼロ次同次，貨幣の超過需要関数が価格に関し一次同次になり，貨幣は中立的になり，古典派の二分法が成立することを示すことは可能になる。

貨幣が直接的に効用をもたらすことを想定したパティンキン[1965]やサミュエルソン[1947, 1968］でさえ，貨幣それ自身が保有されることから効用を生むのではなく，それが支出されることによって効用をもたらすことを認めている。このことは，効用関数の独立変数として貨幣残高を含める必要がないことを示唆している。パティンキンとサミュエルソンは静学均衡での貨幣理論と価値論の統合を試みている。

今日と明日を接合するものが貨幣であり，そのような貨幣の働きは動学均衡の範囲で取り扱われる。動学経済での貨幣の働きは，経済成長と貨幣の関係，取引費用と貨幣の関係などの試みがなされている。シドラウスキー[1967]，レバリー＝パティンキン[1968]およびトービン［1965］などは経済成長と貨幣の関係を探求している。また，ニーハンス［1977］は取引費用と貨幣の関係を探求している。

貨幣理論と価値論の統合のためには，貨幣も価値貯蔵手段として機能する点に着目し，同時に，貨幣のみが交換の媒介手段であることによって発生する貨幣と他の金融資産の交換のためにも貨幣が必要であることに着目した貨幣理論があることも忘れることができない。これは，ボーモル＝トービンの在庫理論アプローチとして知られている。経済理論とゲーム理論を組み合わせて，貨幣経済を描写する方向もある。

参考文献

Clower, R. W. and M. L. Burstein, (1960) “On Invariance of Demand for Cash and Other Assets”, *Review of Economic Studies*, 28: 32-36.

Clower, R. W., (1967), “A Reconsideration of the Micro-foundation of Monetary Theory”, *Western Economic Journal*, 6: 1-9.

Grandmonrt, J. -M. and Y. Younes, (1972) “On the Role of Money and Existence of a Monetary Equilibrium”, *Review of Economic Studies*, 149-65.

Hahn, F, H., (1965), “On Some Problems of Proving the Existence of Equilibrium in a Monetary Economy”, in F. H. Hahn and F. P. R. Breching (eds) *The Theory of Interest Rates*, New York, Macmillan.

Hickman, W. B., (1950), “The Determinacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory”, *Econometrica* 18: 9-20.

Lange, O., (1942), “Say’s Law: A Statement and A Criticism”, *Studies in Mathematical Economics and Econometrics*, Chicago.

Leontief, W. W., (1950) “The Consistency of the Classical Theory of Money and Prices”, *Econometrica* 18: 21-24.

Levhari, D. and D. Patinkin, (1968), “The Role of Money in a Simple Growth Model”, *American Economic Review* 58: 713-753.

Niehans, J., (1978), *The Theory of Money*, The Johns Hopkins University Press,, Baltimore and London.

Patinkin, D., (1948), “Relative Prices, Say’s Law, and the Demand for Money”, *Econometrica* 16: 135-54.

Patinkin, D., (1949), “The Indeterminacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory”, *Econometrica* 17: 1-27.

Patinkin, D., (1951), “The Invalidity of Classical Monetary Theory” *Econometrica* 19: 135-51.

Patinkin, D., (1965), *Money, Interest,and Prices*, 2ed. New York, Harper and Row.

Samuelson, P. A., (1968) “What Classical and Neoclassical Monetary Theory Really Was”, *Canadian Journal of Economics*, 1: 1-15.

Samuelson, P. A., (1947) *Foundations of Economic Analysis*, Harvrd University Press, Cambridge.

Sidrauski, M., (1967) “Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy”, *American Economic Review* 57: 534-544.

Tobin, J., (1965), “Money and Economic Growth”, *Econometrica*, 33: 671-684.

Walsh, C., (2001), *Monetary Theory and Policy*, The MIT Press, Cambridge.

（くぼた　よしひろ　マクロ経済学，金融論専攻）

（2007 年 12 月 13 日受理）