《論　文》

等周長問題の解決における「不活性知識」としての求積公式
── 大学生を対象とした事例研究 ──

工　藤　与 志 文

要　約

本研究は，等周長図形の変形問題（等周長問題）の解決における平行四辺形の求積公式の適用過程を分析し，不活性知識問題における「知識操作」の役割について検討したものである。大学生８名が「等周長問題」の解決についておこなった討論記録を分析したところ，以下のことが明らかとなった。①求積公式に関する知識は自発的に使用されず，不活性状態にあった。②求積公式が利用可能であるというヒントを与えられた後でも，正しい解決に至った学生は少数であった。③考えの転換が見られた学生のケースでは，公式の適切な操作が見られた。以上のことから，不活性知識問題を解決する上で，知識表象の操作可能性が重要な要因となることが示唆された。

キーワード：不活性知識，大学生，知識表象，操作

１．問題と目的

学校で学んだ知識が学校内の文脈から学校外の文脈に転移しないという現象はよく知られている。Whitehead（1929）は，教えられた文脈の範囲内でしか使えずその文脈外では「活性化」されないような知識を「不活性知識（inert knowledge)」と呼び，問題視した。それ以来，「不活性知識問題」は，学校教育における学力問題を象徴するものとしてしばしば取り上げられ，今日に至っている。我が国の学校教育批判においてしばしば言及される「学校知」なる用語も，同様の事象を指すものと思われる。

それでは，学校で学んだ知識が不活性なままにとどまる原因には，いかなるものが考えられるのであろうか。Renkel, Mandl, & Gruber（1996）のレビューによると，不活性知識に関してこれまで提出されてきた説明は①メタプロセスによる説明，②知識の構造的欠陥による説明，③状況性による説明の３つに分類可能である。このうち，「メタプロセス説」は，知識そのものではなく，その応用に向けたストラテジー的知識や動機づけの欠如に原因を求めるものである。一方，「構造的欠陥説」は，概念的知識の欠如，手続き的知識への「変換」の欠如，知識の孤立化といった知識の構造的側面に原因を求めている。さらに「状況的学習説」は，学習す

る主体とまわりの状況との関係性においてのみ知識が定義可能になると考える立場であり，そもそも学習状況と独立に知識が成立し得ないことにその原因をみている。

そしてまた，当然の事ながら，不活性知識問題への対策もどのような説明を採用するかによって異なるわけであり，メタプロセス説では知識の応用に関するメタ認知的能力の形成を促すこと，構造的欠陥説では知識構造面の改善をはかること，状況的学習説では現実世界での問題解決状況と学習状況を近づけること，といった点に力点がおかれることになる。

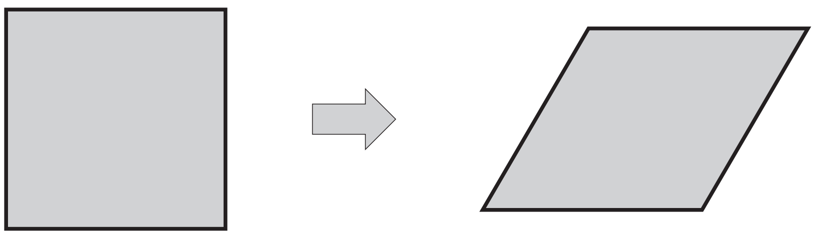
ところで，「不活性知識」という概念化の背景にあるものを考えてみると，少なくともメタプロセス説と構造的欠陥説においては，知識が使えることに何らかの形で気づくことができれば（活性化されれば）正しい問題解決が可能となるという考え方があるように思われる（これは特にメタプロセス説に明瞭に見られる）。このような考え方を例証する研究として，たとえば，Gick and Holyoak（1980）の類推的問題解決に関する研究をあげることができよう。Gick らは，正常な細胞を傷つけず癌細胞のみに十分な量の放射線を照射するにはどうすればよいかという「放射線問題」を被験者（大学生）に与える前に，その問題解決に類推的に利用できる「ストーリー」を読ませた。さらに，被験者を二分し，一方にはそのストーリーが放射線問題の解決に利用できるというヒントを与え，もう一方には与えなかった。その結果，ヒントが与えられた場合の正答率は90％以上であったが，ヒントが与えられなかった場合の正答率は20％程度にとどまった。すなわち，解決に利用可能な知識を持っているだけでは類推的問題解決には不十分であり，その知識が利用可能であることに気づくこと（問題解決時に活性化されること）が，問題解決の成否を大きく左右することが示されたのである。

しかしながら，かりに知識の利用に気づいたとしても（あるいは気づかされたとしても），その知識を学習文脈で学んだそのままの形で適用すれば解決できるようなケースは，必ずしも多くないのではないだろうか。Gick らの研究のように，既有知識と解決すべき問題との間に構造的な共通性があり，前者にみられる関係構造をそのまま後者に写像できるような事態はむしろまれであることは，たとえば数学の「応用問題」について考えてみれば容易に首肯できるだろう。つまり，特定の文脈で学んだ知識を多様な文脈に埋め込まれた「問題群」の解決に使用するためには，それらの問題に合わせて知識表象を変形・操作しなければ使えない場合もまた，数多く存在すると推定されるのである。

具体的に考えるために，「等周長問題」（工藤・白井，1991）の解決を取り上げてみよう。等周長問題とは，周りの長さが同じ図形の面積大小等判断を問うものである。典型的な問題として，正方形や長方形の角度のみを変えて変形し，変形前後の面積変化を問うものがあげられる（FIGURE 1 参照）。これまでの研究により，等周長問題において変形前後の面積が「同じ」であるとする誤答が小学生から大学生まで広く見いだされることが指摘されている（細谷，1976；西林，1988；工藤・白井，1991）。このような誤答の原因について，西林（1988）は保存概念の獲得をあげ，保存概念を経由して入り込んだ「成長のためのエラー」であるとしている。

一方，工藤・白井（1991）は「周長大なら面積大」「周長等しいなら面積も等しい」といった誤ルール（細谷，1976）の存在を指摘し，そのような誤ルールの形成因として，正方形や長方形といった相似形ないし相似形に近い図形に焦点化して指導する学校教育の影響をあげている。

それでは，等周長問題に正しく解答するにはどのような知識が必要であろうか。たとえば，FIGURE 1 に示したような問題であれば，「平行四辺形の求積公式（底辺×高さ）」を適用することで正しく解決できる。すなわち，問題に示された変形状況では，底辺の長さが固定されているのに対し，高さは縮む方向に変化するので，計算結果としての数値は減少するはずであり，変形後の方が面積はせまいという正しい判断が容易に導き出せるのである。ところが，工藤・白井（1991）による小学校１～６年生対象の横断的な調査によると，平行四辺形の求積公式を学習し終えた５，６年生であっても「同じ」とする誤答傾向は保持されることがわかっている。また，西林（1988）の調査でも，「同じ」とする誤答は大学生であっても約５割を占めているのである。



周りの長さをそのままに変形した。面積はどうなるか？

FIGURE 1　等周長問題の一例

以上のように，求積公式を「知識」として持っている（と思われる）者であっても誤答してしまうケースが少なからず見出されるのはなぜであろうか。ひとつの解釈は，問題解決時に求積公式が単に「不活性」のままであるからというものである。仮に，この解釈が正しいとすれば，Gick らの研究にみられるように，求積公式に関する知識が活性化されれば，正しい解決に至ることができるであろう。しかし，「知識表象の操作」という観点を加えると事態はこれほど単純ではないことになる。というのも，等周長問題は平行四辺形の求積公式で解決可能であるとはいえ，求積公式をそのままの形で適用できるわけではないからである。そもそも求積公式が直接意味しているのは，「平行四辺形の面積は底辺と高さをかけ合わせたものに等しい」という求積手続きである。したがって，等周長図形の変形という事態に公式を適用するためには，以下のように知識表象を操作することが必要であると推定される。

① 平行四辺形の面積は底辺と高さをかけ合わせたものに等しい。

↓

② 底辺が固定されている場合，面積は高さのみで決まる。

↓

③ 底辺が固定されている場合，高さが縮めば面積は小さくなる。

↓

よって，変形後の方が面積が小さくなる。

もしも「面積は変わらない」という誤答が単なる求積公式の不活性状態に起因するのであれば，活性させることによってそれは適切に操作され，解決に至るはずである。しかし，知識操作の過程に何らかの問題があるとすれば，「活性化」という手続きだけでは正しい解決には至らないだろう。

もっとも，状況的学習説からは，「活性化さえすれば問題解決に至るのか」という疑問が提出されることはないだろうと思われる。というのも，この立場はそもそも状況から独立した知識の存在を否定する立場であるから，多様な文脈への知識の適用可能性は，多様な文脈での学習によってしか保証されないはずだからである。しかしながら，現実の教育場面を考慮するならば，今後遭遇すると思われるあらゆる問題事態を予測し，それに備えて多様な学習文脈を用意することは事実上不可能である。不活性知識を知識の状況依存性に帰し，知識の転移は応用状況が学習状況から大きく逸脱していない時にしかおこらないと想定することは，確かに理論的には可能であるが，現実の教育問題の解決にはつながっていない憾みが残るのである。

そこで，本研究では，メタプロセス説や構造的欠陥説で十分に検討されてこなかった「知識表象の操作」という要因をとりあげ，不活性知識問題におけるその意味について検討を加えたい。具体的には，等周長問題の回答をめぐっておこなわれた大学生の討論記録により，不活性知識が活性化に至る過程および活性化後の知識操作過程を分析し，不活性知識問題における「操作」の役割についての知見を得ることを目的とする。

2．方　　法

2．1．概　　要

まず，「等周長問題」を含む問題冊子を配布し，自由に回答してもらった。その後，各自の回答とその理由について討論をおこなった。筆者は「司会」として参加し，各発言の内容や対立点の整理，議論の方向付けをおこなった。なお，討論の様子は VTR で記録した。討論の所要時間は約35分であった。

2．2．等周長問題（付録１参照）

同じ長さのロープでできる正方形，正三角形，円形，ひし形の面積大小等判断を問う問題である[(1)]。

2．3．討論の参加者および実施期日

北海道内の私立大学３年生８名である。これらの８名は大学で同じゼミに１年近く在籍しており，互いに議論をすることには慣れているものと想定される。討論の日時は2003年１月である。

2．4．議論の方向づけ

本研究の目的のひとつは「平行四辺形の求積公式」が活性化に至る過程を検討することであるので，討論は，この求積公式が適用可能な正方形とひし形の面積判断に焦点をしぼった。求積公式について何らかの予断を与えることは避けたことは言うまでもない。ただし，議論がある程度展開した後でも求積公式の適用可能性に気づく者がいなかった場合には，司会の方から「ヒント」として求積公式について言及することにした。

3．結　　果

討論は，等周長問題においてどの図形の広さも同じと回答した者の意見と何らかの図形が最も広いと回答した者の意見を対立させる形で進めた。便宜上，前者を「同面積派（６名）」，後者を「異面積派（２名）」として整理する（TABLE１「討論の概要」と付録２「討論記録からの抜粋」参照）。以下，議論の経過を要約する。

まず，公式導入以前の問題解決方略は両派で大きく異なった。同面積派は「周長が同じなのだから面積も同じ」という論理に固執し，知覚的手がかりを使用しなかった。これに対し，異面積派はもっぱら知覚的根拠に頼り，結果的に同面積派を説得することができなかったどころか，逆に説得されてしまい，正方形とひし形の面積が同じであることに納得してしまった。そこで，司会が大きく変形した場合を図示し，それでも面積が同じか考えるよう求めた（「抜粋」の①）が，同面積派の判断は大きく変化しなかったばかりか，正方形を極端に変形しても面積０の直前まで面積は変化しないという，知覚的根拠からして明らかに不合理な結論に行き着いてしまった。また，異面積派も知覚的な手がかりを持ち出すばかりで，最後まで求積公式について言及しなかった。

そこで，自力で公式の利用に気づくのは無理と判断し，司会が公式の導入をおこなった（「抜粋」の②）が，そのことが直ちに正答をもたらすということはなかった。異面積派のＧは「高さが縮んだ分底辺がのびる」という自らの誤りに気づいた後は公式を手がかりに主張を展開で

TABLE 1　討論の概要

司　　会	同　面　積　派	異　面　積　派	筆者のコメント
問題の回答は？	・同じ（A，B，C，D，E，F）	・正方形（G） ・正三角形（H）	
回答の理由は？	・ロープの長さが同じだから面積同じ（全員賛成）	・見た感じ（G） ・パッと見（H）	周長を手がかりとした判断の登場。
同面積派の主張	・同じに決まっている（C） ・正方形とひし形を比べると1辺は同じ長さ（F）		
		・なるほど（H）	H説得される。 G納得しない。
	・正方形をちょっと縮めればひし形になる（C） ・Gが違うというのは絵のせいではないか（E）		
		・うん，いいかも（G）	G説得される。
大きく変形したらどうなるか？→①	・つぶしすぎたら面積どころでなくなる（C） ・この問題は「同じ」でいいが，極端につぶすとだめ（D）		
大きく変形した図を示す	・変わらない（A，D）	・変わるんじゃないんですか（G）	G再び参戦。
	・どこまでつぶせばひし形の面積が変わるのか，基準がわからない（C）		
面積0になる直前の面積は？	・もとの面積と変わらない（A，C，D，F）	・見た目があきらかにせまい（G） ・わからない（H）	ここまで，求積公式が登場しない。
求積公式の導入→②		・高さが短くなっていった分底辺がのびる（G）	平行四辺形の求積公式が適用可能であるというヒントを提示。
	・納得します（A）	・高さが短くなるから面積は小さくなる（G）	
同面積派の反論→③	・つぶれた分対角線がのびるから変わらない（B）		
公式の確認	・わからない，納得がいかない（B）		平行四辺形の公式には対角線が登場しないことを確認。
同面積派の主張	・ひし形に限った話（A） ・違う計算の仕方があるんじゃないか（F）		「ひし形」の例外化。
異面積派の反論	・飛び出た三角形を切ってはれば四角形になるので同じ（E）	・切って四角形にしても高さは変わる（H）	
		・高さが減っているんだよ（G）	
Eの転向→④	・「面積が減っていく」という考え方だったら納得できる（E）		突然，E納得。
		・突然面積が0になるのは変だよね（G）	「うんうん」と納得の様子。
問題（正方形とひし形）の回答の確認	・同じ（A，B，C） ・変わる（E，F） ・分からない（D）	・変わる（G，H）	「正方形とひし形以外の場合は別」との声が同面積派からあり。

※アルファベットは討論の各参加者，丸数字は〈資料2〉の対応箇所を表す。

きた。一方，同面積派では公式を操作して自力で正答に至った者はいなかった。求積公式にもとづく計算結果では面積が異なることを認めながらも，同面積である別の論拠を求め（「抜粋」の③），公式にのっとって考えようとする姿勢は希薄であった。公式に基づいて考えることで，考えが明確に転換したと考えられるケースはＥのみであり，最終的に面積が異なると回答した者は，同面積派６名中２名にとどまった。また，この２名の中からも，面積が異なるのはあくまで正方形とひし形に関してであり，他の図形の場合は「同じ」ではないかとする反応が見られた。

４．考　　察

討論の結果から，⒜問題解決時に「求積公式」を自発的に活性化し得た者は皆無であること，⒝「求積公式」の適用可能性を示唆されても，それを適切に操作し得た者はきわめて少なかったことが示された。これらのことから，少なくとも今回の討論に参加者にとって「求積公式」はいわゆる「不活性知識」であることがあきらかになっただけでなく，それが活性化されても「等周長問題」にうまく適用できない知識であることが示された。つまり，知識の活性化のみならず，その操作過程に大きな問題があると考えられるのである。

そこで，討論記録を「知識の操作」という観点から見直してみると，まず気づくのは，討論参加者の操作活動がきわめて低調であるということである。「ヒント」を与えられても，公式に基づいて考えてみるとどうなるかといった仮想的な思考すらはたらかせていないように感じられる。これに対し，「面積は変わらない」という自らの判断の根拠づけのためには熱心に思考活動を展開している。たとえば③で，Ｂは高さが縮んでも対角線方向がのびるために面積は変わらないという，いわば「相補性」の原理を持ち出してくる。しかし，公式に「対角線」は含まれていないから関係がないのではと指摘されても，「そういっちゃうとそうなんですけど，やっぱり納得がいかない」とそれ以上考えてみようとはしないのである。また，Ｅは平行四辺形の一部を切ってつなげると元の正方形に戻すことができるから同じであるという論を展開する。このような主張をするＥも，公式に関する指摘に対しては，それ以上の反応をしようとはしない。

以上のような，自己の考えに固執しそれを支持する証拠さがしに思考を集中させる傾向については，「確証バイアス（confirmation bias）」（Evans，1989）としてよく知られた現象であり，思考心理学ないし社会心理学的な立場からの一般的な説明が可能であるかも知れない。あるいは，「周長等しいなら面積も等しい」といった誤ルールの存在に注目するならば，誤ルールに対する執着が強い場合，学習者はその組みかえに対して強い抵抗を示すという，誤ルール研究においてしばしば繰り返されてきた説明（たとえば，伏見・麻柄，1986）があてはまりそうである。しかし，知識操作という観点から考察を加えるならば，上記のものとは異なった説明ないし解釈が必要となってくるように思われる。というのも，彼らは求積公式が成立することそ

のものを否定しているわけではないからである。「周長が等しいから面積も等しい」という論理以外は認められないという態度では決してない。むしろ，その論理と公式による計算結果のずれにとまどい，困惑しているようすがうかがえる（特に，③）。公式を否定し自己の論理のみを主張するがために，証拠探しに没頭したり，公式による計算結果を受け入れなかったといった解釈は直ちにうなづけるものではない。

上記の問題を考える上でＥの「転向」(④) は大変興味深い。Ｅの発言記録から推測できる「転向」の過程は次の通りである。

⑴　転向前のＥはあくまで面積は変わらないという前提で論を展開しており，公式を前提として考えていなかった。

⑵　反論に対して，何とか自己の考えを救うための理由づけを考え出そうと腐心した。

⑶　しかし同時に，０になる直前まで面積は変化しないという不合理な結論が導かれることになり，悩んだ。

⑷　ところが，公式に仮想的な数値を当てはめ，その数値を連続的に変化させてみると，高さと面積が連動して変化することがわかり，すべてつじつまが合うことに突然気づいた。

このように，Ｅの転向にとって，公式の操作，特に公式に含まれる変数（高さ）を操作してみることが決定的であったことは，「高さが変わっていくことによって面積が減っていって，最終的に０になって，また逆にひろがっていったら面積は増えていくということ」「最終的に０になるということは，どこかが減っているんだなって考えたら，高さによって面積が減っていって，最終的に０になるじゃないかなと」といった発言からうかがえるのである。

そもそも討論参加者にとって，求積公式は面積を求めるための計算式にすぎなかったのではないかと思われる。もしそうならば，明示的には求積を要求していない等周長問題に適用可能なように求積公式を操作するなどということは考えもつかなかったのかもしれない。これが，操作活動が低調であったひとつの理由であると考えられる。もちろん，「周りの長さが等しいなら面積も等しい」という判断（誤ルール）に強い確信があったことも影響していることだろう。早い段階で公式を適用できたのが異面積派の参加者であったのに対し，同面積派は「確証バイアス」的な思考からほとんど抜け出さなかったのはこのことを示唆しているものと思われる。同面積派で唯一大きな考えの転換を見せたＥは，公式を操作することで，自身の判断への固執を乗り越え，正しい判断に到達できたのではないだろうか。Ｅの転向は，正しい知識を的確に操作しうることが，誤ルールへの固執を乗り越えるための１つの条件となることを示唆しているように思える。

もちろん，上記の解釈は，限定的な討論参加者の発言記録のみに基づくものであるので，不用意な一般化は慎まなければならない。しかし，大学生が「平行四辺形の求積公式」という小学校レベルの知識を応用的な問題に適用するのにこれほどの困難を示したという事実は重く受

け止めなければならないだろう。いわゆる「不活性知識問題」を考える上で，活性化されるべき知識表象の「操作可能性」という新たな要因の重要性が示されたと考える所以である。今後は，より条件の整った形で，求積公式の操作可能性と等周長問題解決との関連を精査していく必要があろう。

付　記

本論文をまとめるにあたって，2003年度札幌学院大学研究促進奨励金（課題番号SGUS0320100507）の援助を受けた。

文　献

Evans, J.St.B.T.（1989）Bias in human reasoning: Causes and consequences. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

伏見陽児・麻柄啓一（1986）図形概念の学習に及ぼす発問系列の違いの効果　東北教育心理学研究，1，1-9.

Gick, M.L. & Holyoak, K.L.（1980）Analogical problem solving. Cognitive Psychology, 12, 306-355.

細谷純（1976）課題解決のストラテジー　藤永保（編）思考心理学　大日本図書.

工藤与志文・白井秀明（1991）小学生の面積学習に及ぼす誤ルールの影響　教育心理学研究，39，21-30.

西林克彦（1988）面積判断における周長の影響－その実態と原因－　教育心理学研究，36，120-128.

Renkl, A., Mandl, H., & Gruber, H.（1996）Inert knowledge: Analyses and remedies. Educational Psychologist, 31, 115-121.

Whitehead, A.N.（1929）The aims of education. NewYork: Macmillan.

註（1）等周長問題のこのヴァージョンは，東北福祉大学　白井秀明氏の作成による。

Area formula as “inert knowledge” in parallelogram transformation problem solving: A case study

KUDO, Yoshifumi

The purpose of present study was to analyse the application processes of area formula to a parallelogram transformation problem and to examine the role of “operation of knowledge” in the “inert knowledge problem”. 8 university students were asked to answer the transformation problem and to have a discussion on their answer to the problem each other. From analysis of the discussion record, the following results were obtained: (1) the knowledge on parallelogram area formula was not used spontaneously for the problem solving and remained “inert”; (2) few students could give correct answers in spite of being given a hint that the area formula was available; (3) it was observed that a student greatly changed his idea as a result of appropriately operating the knowledge on area formula. Therefore, it was suggested that in order to attack the inert knowledge problem effectively, the possibility of operation of knowledge representation should be emphasized.

keywords : inert knowledge, university students, knowledge representation, operation

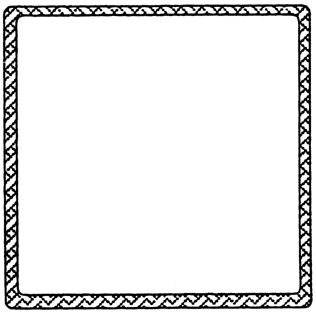
（くどう　よしふみ　本学人文学部助教授　教育心理学専攻）

〈**資料１**〉

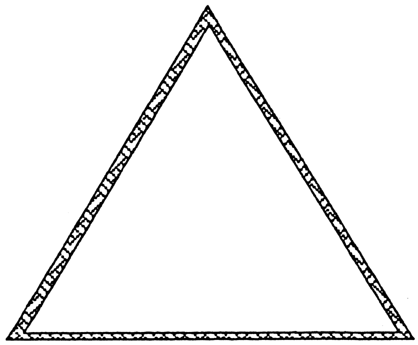
●討論で使用した等周長問題

芋煮会（いもにかい）の場所取りをしようと思います。同じ長さのロープを使って，次のような形の場所を取りました。どの形が一番広く場所を確保できるでしょうか？

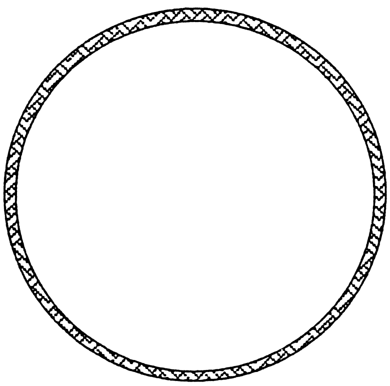
（もちろん地面は平らであると考えてください。）



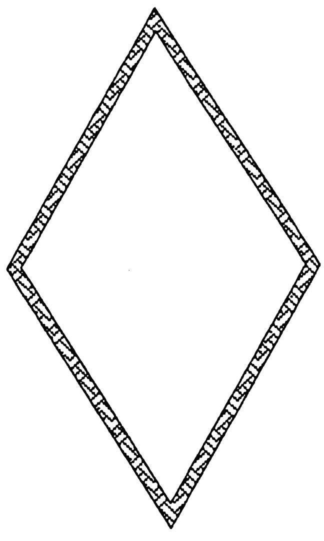
正 方 形



正三角形



円　　形



菱（ひし）　形

1．すべて同じ！
2．正方形！
3．正三角形
4．円形！
5．菱（ひし）形！

〈資料２〉

●討論記録からの抜粋（※は司会者の発言）

①　大きく変形すると？

※そうなの？　たとえば（大きく変形した図をえがく），こういうひし形あるよね。
D：それは別に変わらない。
G：それ，辺の長さ変わらないんですか？
※そう，長さ変わらないとして，これ，ぎゅーっとやっても変わらないの？　すんごいつぶしても？
D：変わらないと思います。
※他の人は
G：変わるんじゃないんですか。
C：じゃあ，どっから変わるのかという話になるじゃないですか。
※どっからかは変わるの？　極端にしちゃうとペタッとなっちゃうでしょ。これはさすがに面積ないわね。じゃあ，少しでもひらいていたら同じになるの？
G：その一歩手前，せまいですよ。
C：そのせまさとか，どこまでつぶせばひし形の面積が変わるのか，その基準というか目安があるのかないのか，よくわからない。
A：変わんないんじゃないの。
G：見た感じ，あきらかにおかしいやんか。
※変わらないって何？　どこまで変わらないの？　ずっと変わらないの？　そうすると，ピタッとくっつけたとたんに面積が０になるの？　つまり，（正方形を作図して）この面積がたとえば１辺 a だとすると a^2 だよね。そうすると，これをずっと小さくしていってもこれ自体はずっと a^2 なんだけど，ピタッとしたとたんに突然０になってしまう。こういうことだ。
G：そうなの？
A：そうだと思う。
※この考えはおかしいんじゃないか，という人はいないの？
C：はい。（おかしくないの意）
F：はい，だいじょうぶだと思います。
H：わかんない。
D：はい，そうだと。
E：はい。
※じゃあ，G君ひとりだけだぞ。
G：あきらかにせまいですよ。確かに，閉じた時に０になるというのもわかるし……ちょっと開いているからといって，それ a^2 ですか？
※あきらかにおかしいというのは，何があきらかなの？
G：見た目がせまい。細いじゃないですか。

②　求積公式の導入

※じゃあ，ちょっと視点を変えてさ，面積出すとき公式あるよね。正方形の場合は要するに１辺×１辺だから a^2 ね。ところで，ひし形はどうやってだすの？
G：平行四辺形といっしょじゃないですか。
E：底辺×高さ。
A：対角線×対角線÷２じゃなかったけ。（何人か「ちがうんじゃないの」）
※これ，平行四辺形と同じだもんね。そうすると，底辺×高さでしょ。底辺は a で高さは垂線を降ろすとこんなかんじだよね。（作図する）そうすると，今の話だと a^2 とこれ（作図した図）が同じに

なるんだから，a^2と ah が同じだと考えることになる。で，これをずっとつぶしていっても最終的にはa^2に変わらない。ah はa^2と同じである。

G：あっ，でもいいのか。h が短くなっていった分，a がのびているんですよね。

※ a は辺だから変わらないよ。1辺の長さは変わらないんじゃない。

G：ひし形の中では全部辺の長さなんですけど，ちっちゃくなっていくとその分，ひし形の辺の長さはのびるんじゃないかと。

※なんでこれがのびるの？　辺は変わらないでしょ。いくら変形しても。

G：なんで？

※平行四辺形あるでしょ。これをもうちょっとつぶしたと……この場合の高さはここになるよね。a は a のままでしょ。

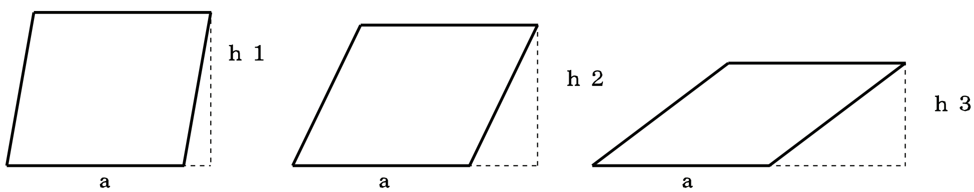
G：あっ，それならだめですよ。

※何がだめなの？

G：それなら面積変わるんじゃないんですか。h が短くなっているから。h が違うんだから，計算したって違うんだから，面積はちっちゃくなる。a はのびないんでしょ。のびないんならだめですよ。小さくなりますって。

③　同面積派の反論

B：h が小さくなっていくと言われるとそんな気もするんですけど，やっぱり面積は変わんないんじゃあないかな。



※その理由は？

B：正方形がひし形になっていくつぶれた分，横がのびる。

※つまり，対角線のことね。

B：幅の狭まった分，対角線がのびていくんで……。

※この面積出すには，a × h1。これはいいでしょ？

B：いいと思います。

※これはいいと。でも，こっちの対角線がのびていくから，同じになると。

B：はい。

※対角線の長さは公式には入っていないよ，どうなの？

B：そこがちょっとわかんないんですけど。

※でも，この面積を計算しなさいと言ったら a × h1で出すでしょ。対角線は関係ないんじゃないの？

B：その式で出さないで，2つの三角形に分けて考えたりすると，対角線が関係するから……。

※ただの平行四辺形として面積を出すなら対角線は関係ないんじゃないの？

B：そういっちゃうとそうなんですけど，やっぱり納得がいかない。

※A君は？　G君の考えに納得したの？

A：一応，そう言われればそうなんですけど，でも，すべて面積同じだと思うんですよ。言っていることは矛盾しているんですけど。でも，これはひし形だけに限った問題ですよね。ひし形以外にも正三角形とか円形とかあるんから，それに関しては別だと思う。ひし形だけで考えたらG君に納得するけど。

※C君どう？　G君の考え。

C：ひし形だけを考えれば高さは減っていくんだから面積も変わると考えざるを得ないですよね。a が変わっていないで h だけ減っていくということは，面積自体が減っていくことだから，公式で計算したら面積は減るんじゃないかなと……。

※じゃあ，考えを変えたということ？

C：変えてはいない。自分で今考えていましたけども。

F：計算式はまちがっていないと思うんですけど，計算の考え方を変えればもっとわかりやすくなるのではないかと……。

※じゃあ，この計算式ではだめだということ？

F：それじゃ多分，答えは変わってしまうと思うんですよね。

※だけど，底辺×高さでいいんでしょ？

F：平行四辺形とひし形は計算の仕方がちがうんじゃないか。

※でも，ひし形は平行四辺形の一種だから同じじゃないの。それが信じがたい？

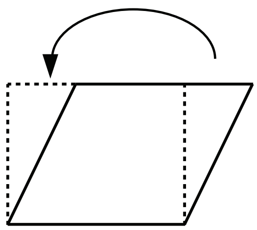
F：それはいいんですけど，違う計算の仕方もあるのではないか。

※E君はどう？

E：納得させられそうですが……。結局はもともとの正方形をちょっとくずしただけだから，出ている方の三角形をなくなっている方に入れれば正方形になる。

G：正方形じゃないでしょ。

※（板書しながら）こういうふうに切って変形すれば同じものになるということ？



E：それで考えたら面積同じになるから，どんなにくずしても同じになる。

※あー，つまり飛び出た部分を切ってはればこれと面積同じになるんじゃないかと。

E：面積は同じになると思うんですけど。

※ただ，公式見るとさぁ。

E：そうなんですよね。

※公式まちがっているということ？

E：いや，そういうわけではないと思うんですけど。

④　Eの「転向」

E：ああ，面積が減っていくという考え方だったら，そう考えれば納得できるわ。

※じゃあ，E君はどう考えていたの？

E：高さが変わっていくことによって面積が減ってって，最終的に0になって，また逆にひろがっていったら面積は増えていくということ。

D：あー。

※何が今わかったの？　今まではそう考えていなかったんでしょ。

E：今までは高さが変わっても別に面積は同じだろうという考え方だったんだけど，「減っていく」ということを聞いて，で，なくなったら0になるという考えが前にあってそれで考えたらなるほどみたいな……。

※今までそう考えていなかったの？
E：考えなおしたら……。
※つまり，ここ（高さ）がちぢんでいくんだという話をさんざんしたんだけど，それでも変わらないと言っていたよね。
E：納得できない部分があったんですけど。
※そこが聞きたいんだよね。なんでそれが納得できるようになったのか。今のG君の話のどこがヒントになったのかな？
E：面積が減っていくというところ。
※じゃ最初は，減らないというところから考えていたの？
E：はい。
※減らないもんだ，ということで，じゃあなんで減らないのに（高さが）縮むのかと。
E：はい，それで悩んでいた。最終的に0になるということは，どこかが減っているんだなって考えたら，高さによって面積が減っていって，最終的に0になるじゃないかなと。
※じゃあ，納得したということ？
E：そう，思いましたね。