〈論　文〉

生産可能性集合，競争径路および消費効率径路

―― 異時点間の資源配分の研究　その 4 ――

久保田　義　弘

はじめに

本稿では，動学均衡径路を静学均衡径路の類似から両者を比較し考察する。静学と動学の違いは，時間が組み込まれるかどうかである。すなわち時点で捉える静学と径路で捉える動学の違いである。動学では異時点間の問題を考察することができる。静学問題は希少資源のある時点における配分を扱うのに対し，動学問題は希少資源のある一定期間に亘る配分を扱う。動学問題は，所与の汎関数（目的関数）を最大にするように，所与の制御変数の集合から制御変数の時間径路と状態変数の時間径路を選択する問題（制御問題）である。異時点間の資源配分の問題も動学問題である。本稿では，静学問題と動学問題の類似性を想定し，静学問題の資源配分条件と動学問題の資源配分条件の関連を考察する。この類似性は，ヒックスやマランボーによって 40 年前に指摘されたものである。本稿の目的は，その類似性を確認することにある。

静学均衡および動学均衡径路の性質として，資源配分の効率性を取りあげる。動学経済における資源配分の効率性には，有限期間と無限期間における効率性の二つがある。本稿では，バーマイスターに倣い，前者の効率性を短期効率性，後者を消費効率性として扱う。本稿の第 2 章において，その二つの効率性の定義とその差違について説明する。第 2 章第 1 節では，任意の 2 期間における動学的な効率性の条件が示される。任意の t 期における消費の $t+1$ 期における消費に対する限界変形率が t 期における消費を限界的に一単位抑え，投資に廻し，そして $t+1$ 期における消費の限界的増加の単位数に等しいときに，動学的効率性が得られる。これは，サミュエルソン［1960］や DOSSO［1958］によって与えられた動学的効率性の条件である。第 2 章第 2 節では，生産可能性集合に関する仮定と競争径路の特性について説明し，動学径路が競争径路であるための条件を示す。第 2 章第 3 節では，短期効率性と消費効率性の定義とその意味を説明し，両効率性の差違を説明する。第 2 章第 4 節では，短期効率的な動学径路が競争径路であること，ならびに，競争的径路においては，無限期間における資本ストックの現在価値がゼロになる性質を持つことを確認する。これは，横断条件として知ら

れている。最後に，異時点間の資源配分と生産における競争均衡の関係を示す。

第１章では，動学経済と静学経済の類似性を前提に，静学経済における生産技術に関する前提や静学的な競争均衡の特徴を簡単に概観する。最初に，生産可能性集合の性質として挙げられる，その凸性，閉性，および無償処分可能性などについて説明する。これは，静学経済において競争均衡を示すために必要な仮定である。無償処分を伴う生産可能性集合の凸性かつ閉性の性質は均衡の一意性や効率的な資源配分を得るために必要である。この凸性が均衡の一意性を，その閉性が均衡の効率性を可能にする。静学均衡と同様に動学均衡径路を考察するときにも，生産可能性集合に対してその凸性および閉性を仮定する。すなわち，動学均衡径路においても，各期の生産可能性集合の無償処分可能性，凸性および閉性を仮定する。この仮定の下で，動学的な効率性条件が導出される。動学径路の効率性に関する重要な条件として，サミュエルソン［1960］や DOSSO［1958］の動学効率性条件をあげることができる。これは t 期における消費の $t+1$ 期における消費に対する限界変形率が，t 期における消費を限界的に一単位抑え，投資に廻し，そして $t+1$ 期における消費の限界的増加の単位数に等しいとき，動学的な効率性が得られることを示している。

静学的な競争均衡では，資源配分の効率性は，投資の消費に対する相対価格が投資の消費に対する限界変形率に等しいときに得られる。これは，社会的な生産可能性曲線の傾きがその相対価格比に等しいときに資源配分の効率性が得られることを意味する。これと同様に動学均衡径路においては，資源配分の効率性は異時点間の社会的生産可能性曲線の傾きが二期間の消費財の相対価格比に等しいときに得られる。

第１章　生産可能性集合と効率的生産編成

第１節　生産可能性集合について

消費財と投資財の二つの生産物が産出される経済において，生産技術の特性について説明する。生産技術は生産計画を表すが，生産計画には実現可能な計画と実現不可能な計画がある。生産可能性集合は，実現可能な生産計画と実現不可能な計画の両方を表現する。生産技術は生産関数でも表されるが，準凹かつ一次同次の生産関数が経済学では想定される。生産可能性集合はこの生産関数より一般的な生産技術の記述である。生産可能性集合に制限を加えることによって生産関数が得られる。

生産可能性集合を Ψ_i とすると，生産可能性集合は

$$\Psi_i=\{(Y^i,\ K_i,\ L_i)\,|\,Y^i\leq F^i(K_i,\ L_i)\ Y^i\geq 0,\ K_i\geq 0,\ L_i\geq 0\quad i=C,\ I\}\qquad(1-1)$$

と表される。(1－1) 式は，生産要素の組$(K,\ L)=\{(K_C,\ K_I),\ (L_C,\ L_I)\}$を投入することによって生産の組 $Y=(Y_C,\ Y_I)$を産出することを示している。この生産可能性集合の仮定を以下に示す。

仮定1　生産要素を用いずに生産することはできない。このことは

$(Y^i,\ 0,\ 0) \in \Psi_i \quad i=C,\ I$ ならば，$Y=(0,\ 0)$

と示される。これは，桃源郷の不可能性と呼ばれる。

仮定2　生産可能性集合は凸集合である。これは

$(Y^i,\ K_i,\ L_i) \in \Psi_i (Y^{i'},\ K_{i'},\ L_{i'}) \in \Psi_i$ ならば，$\alpha \in (0,\ 1)$ に対して

$\alpha (Y^i,\ K_i,\ L_i) + (1-\alpha)(Y^{i'},\ K_{i'},\ L_{i'}) \in \Psi_i \quad i=C,\ I$

と示される。また

$(0,\ 0,\ 0) \in \Psi_i \quad i=C,\ I$

である。生産要素の投入および生産物の産出がゼロの生産技術も生産可能性集合に含まれる。さらに，加法性および可分性が仮定されると，生産可能性集合が凸錘になることを意味する。生産可能性集合の凸性は，生産関数が準凹関数であることに対応している。

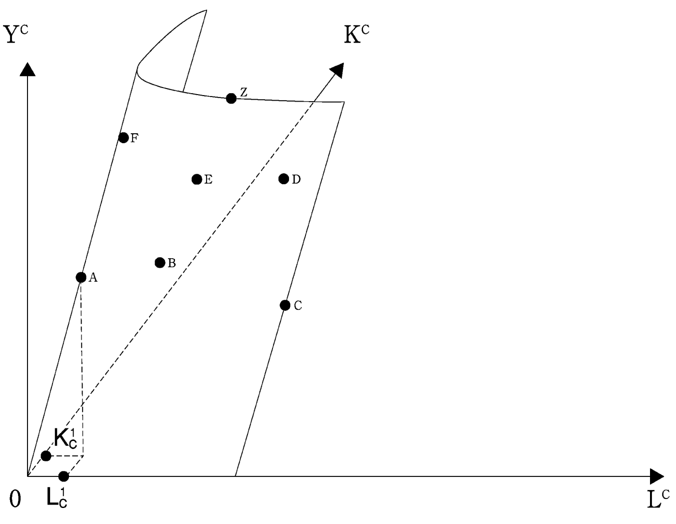
仮定3　生産可能性集合は閉集合である。これは点列の収束によって示される。いま，生産集合 Ψ_i に属する点列

$\{Y^C_\nu,\ K^\nu_C,\ L^\nu_C\}^\infty_{\nu=1}$

が $\{Y^C_0,\ K^0_C,\ L^0_C\}$ に収束し，これが生産可能性集合 Ψ_i に属するとき，生産可能性集合は閉集合である。この閉性は生産関数の連続性に対応する。

図1には消費財部門の生産可能性集合が示されている。これは準凹かつ一次同次生産関数に対応する生産可能性集合である。生産可能性集合の各要素に対して，点A，B，C，D，E，FそしてZがとられている。いま，点Aを$(Y^C_1,\ K^1_C,\ L^1_C)$，点Bを$(Y^C_2,\ K^2_C,\ L^2_C)$，……

図1　消費財部門の生産可能性集合とその閉性



点Ｚを$(Y^C_\infty,\ K^\infty_C,\ L^\infty_C)$とするとき，すべてのｎに対して$(Y^C_n,\ K^n_C,\ L^n_C)\in\Psi_C$であり，かつ$n\to\infty$に対しても

$$(Y^C_\infty,\ K^\infty_C,\ L^\infty_C)\in\Psi_C$$

であれば，生産可能性集合は閉集合である。生産可能性集合の閉性はこの集合の境界線も含むことを意味する。この性質は効率的な生産可能性集合が存在するために必要である。

仮定４　生産物および生産要素は無償処分可能である。いま

$$(Y^C_0,\ K^0_C,\ L^0_C)\in\Psi_C \text{ かつ } Y^C_0\geq Y^C_1 \text{ ならば，} (Y^C_1,\ K^0_C,\ L^0_C)\in\Psi_C$$

と仮定する。これは生産物（消費財）の無償処分であることを示す。また

$$(Y^C_0,\ K^0_C,\ L^0_C)\in\Psi_C \text{ かつ } K_C\geq K^0_C,\ L_C\geq L^0_C \text{ ならば，} (Y^C_0,\ K^1_C,\ L^1_C)\in\Psi_C$$

と仮定する。これは生産要素の無償処分の仮定である。この仮定は，過剰生産の問題や過剰設備を費用なしで回避できることを示している。

第２節　社会的生産可能性集合と効率的生産可能性集合

消費財部門がＨ個の企業から構成され，投資財部門がＫ個の企業から構成されるとしよう。資本と労働が企業間に配分されるとき，各部門の資本と労働は

$$K_C=\sum_{h=1}^{H}K^h_C \qquad K_I=\sum_{k=1}^{K}K^k_I$$

$$L_C=\sum_{h=1}^{H}L^k_C \qquad L_I=\sum_{k=1}^{K}L^k_I$$

と表され，部門間の資本と労働の配分は

$$K_C+K_I\leq\overline{K} \qquad L_C+L_I\leq\overline{L}$$

と表される。ここで$\overline{K}$，$\overline{L}$は資本ストックと労働サービスの社会全体での賦存量である。各部門の生産可能性集合は

$$(Y^C,\ K_C,\ L_C)\in\Psi_C \qquad (Y^I,\ K_I,\ L_I)\in\Psi_I$$

となる。社会的生産可能性集合は

$$\Psi=\{(Y^C, Y^I), (K_C, K_I), (L_C, L_I)\,|\,(Y^C, K_C, L_C)\in\Psi_C, (Y^I, K_I, L_I)\in\Psi_I\} \tag{1－2}$$

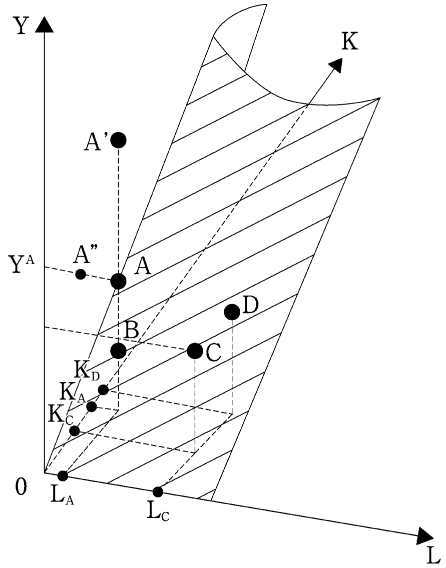
と表される。

図２に規模に関する収穫一定の社会的生産可能性集合が示される。点Ａは社会的生産可能性集合Ψに属する。生産物の無償処分が仮定されると，点Ｂもその生産可能性集合に属する。また，生産要素の無償処分が仮定されると，点Ｄもその生産可能性集合に属する。その生産可能性集合に属する点Ａ，ＢおよびＤを比較すると，点Ａは点Ｂおよび点Ｄに優越する。点Ａと点Ｂを比較しよう。生産要素の投入に関しては

$$K_A=K_B \text{ および } L_A=L_B$$

であるが，生産物の産出に関しては

図2　社会的生産可能性集合



$Y^A > Y^B$

である。このことは点Aが点Bに優越することを示している。同様に点Aと点Dを比較すると，生産要素に関しては

$K_A < K_D$ および $L_A < L_C$

であるが，生産物の産出に関しては

$Y^A > Y^D$

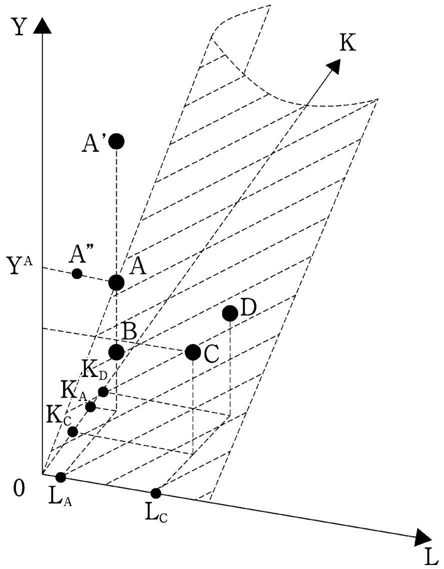
である。このことは点Aが点Dに優越することを示している。点Aは他のどんな実行可能な生産計画によっても優越されない。このような他の生産計画に優越されない生産計画を効率的な生産計画という。

効率的な生産計画の集合を効率的生産可能性集合という。この効率的な集合を Ψ^e とすると，この集合は

$$\Psi^e = \{(Y, K, L) \in \Psi \mid (Y', K', L') > (Y, K, L) \to (Y', K', L') \notin \Psi\}$$

と表される。Ψ^e は実行可能な生産計画のうち他のどんな実行可能な生産計画によっても優越されない。図2の点Bおよび点Dは点Aに優越されるので，点Bおよび点Dは効率的生産可能性集合に属さない。さらに，点Aは生産可能性集合に属するいかなる生産計画によっても優越されない。点Aを優越する生産計画は生産可能性集合に属さない。図2の生産計画A′，A″は生産計画Aに優越する。点A′は生産要素の投入に関しては点Aと同じであるが，産出量は点Aよりも大きい。これは点A′が点Aに優越することを意味する。また，点A″は産出量

図３　境界線を含まない生産可能性集合



に関しては点Ａに同じであるが，生産要素の投入に関して点Ａよりも大きい。これは点A″が点Ａに優越することを意味する。しかし，生産計画A′およびA″は生産可能性集合には属さない。

効率的生産可能性集合が存在するためには，生産可能性集合の閉性を必要とする。これは仮定３から得られる。生産可能性集合の境界線が生産計画に含まれないならば，効率的な生産集合は存在しない。生産可能性集合の境界線が含まれないならば，図３の点Ａで与えられる生産計画は実行不可能である。効率的な生産可能性集合が存在するためには，仮定３で示される生産可能性集合の閉性が必要である。

第３節　社会的生産可能性曲線と効率的な生産編成

3.1　社会的生産関数と社会的生産可能性曲線

効率的生産可能性集合は生産関数によって表される。消費財部門の生産関数が

$$Y^C = F^C(K_C,\ L_C)$$

と示される。ここで $K_C = \sum_{h=1}^{H} K_C^h$ および $L_C = \sum_{h=1}^{H} L_C^h$ である。この関数が一次同次であれば，図１の消費財部門の生産可能性集合の境界線がその部門の生産関数となる。同様に，投資財部門の一次同次生産関数もその生産可能性集合の境界線によって与えられる。

社会的生産関数は

$$(\mathrm{SF})\quad \underset{\{K_C,\ L_C\}}{Max}\ F^C(K_C,\ L_C)$$

$$\text{sub. to}\quad F^I(K_I,\ L_I) \leq Y^I$$

$$L_C + L_I \leq \overline{L}$$

$$K_C + K_I \leq \overline{K}$$

この問題（SF）の解から導出される。この問題の一階条件を使うと

$$Y^C = F^C(L_C(Y^I,\ K,\ L),\ K_C(Y^I,\ K,\ L))$$

が得られ，社会的生産関数は

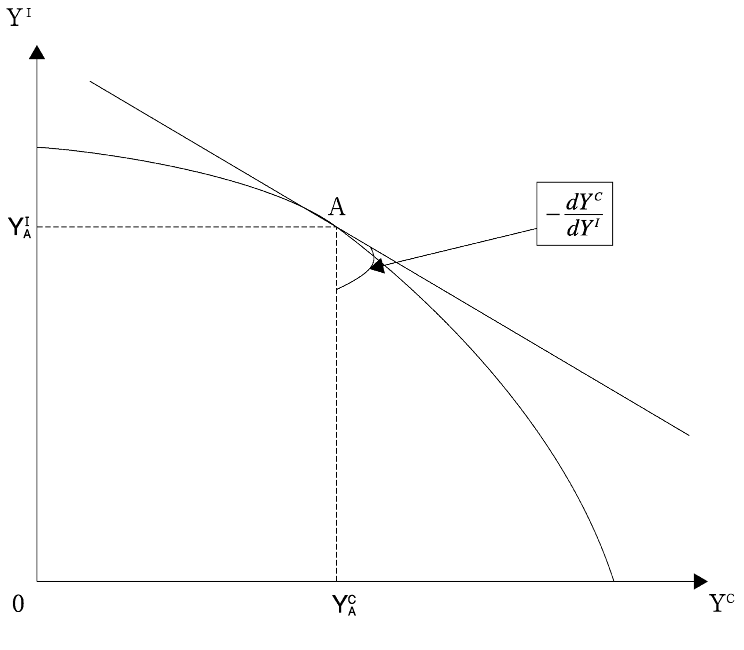
$$Y^C = F^C(Y^I,\ K,\ L) = F(Y^I,\ K,\ L)$$

となる。消費財部門および投資財部門の生産関数は準凹かつ一次同次関数で，限界生産性が正であるならば，社会的生産関数は凹関数になる。

3.2　社会的生産可能性曲線と効率的な生産条件

社会的生産関数が凹関数であるとき，社会的生産可能性曲線は原点に凹となる。社会的生産可能性曲線は図 4 のように表される。社会的生産可能性曲線は社会的可能性集合の境界線であり，この境界はその生産可能性集合の閉性より得られる。その曲線の内側は効率性の条件を満たさない。社会的生産可能性曲線の傾きは，投資財の消費財に対する限界変形率を表

図 4　社会的生産可能性曲線と社会的生産可能性集合



している。これは（SF）問題を解くことによって得られる。そのラグランジェ問題は

$$L(K_C,\ L_C,\ K_I,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$$
$$=F^C(K_C,\ L_C)+\alpha[F^I(K_I,\ L_I)-Y^I]+\beta[L_C+L_I-L]+\gamma[K_C+K_I-K]$$

と表される。これより

$$\frac{\partial}{\partial K_C}L(\cdot)=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)+\gamma=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial L_C}L(\cdot)=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)+\beta=0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial K_I}L(\cdot)=\alpha\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)+\gamma=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial L_I}L(\cdot)=\alpha\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)+\beta=0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}L(\cdot)=F^I(K_I,\ L_I)-Y^I=0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}L(\cdot)=L_C+L_I-L=0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}L(\cdot)=K_C+K_I-K=0 \qquad (7)$$

が得られる。ここで $L(\cdot)=L(K_C,\ L_C,\ K_I,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ である。(1)と(3)より

$$\alpha\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)$$

が得られ，(2)と(4)より

$$\alpha\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)$$

が得られる。これから

$$\alpha=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\bigg/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)$$

$$=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\bigg/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \qquad (1-3)$$

が得られる。(1－3)式は資本あるいは労働の限界生産性の比を表している。ここで $\partial F^C(K_C,\ L_C)/\partial K_C$ は資本を消費財部門から投資財部門に再配分するときの機会費用（犠牲費用）を示し，$\partial F^I(K_I,\ L_I)/\partial K_I$ は資本を投資財部門から消費財部門に再配分するときの機会費用（犠牲費用）を示している。二つの部門で使用可能な資本量が一定になっている定常状態では，

他の部門に再配分する機会費用はその再配分量の増加関数になる。すなわち，消費財部門の資本量と生産量を小さくし，投資財部門の資本量と生産量を大きくするにつれて，(1−3)式の値は逓増する。

（1−3）式は

$$\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Bigg/\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)=\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)\Bigg/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)$$

と書き換えられる。これは，部門間の限界代替率が等しくなるように資本と労働が部門間に配分されることを示している。

また，ラグランジェ関数から

$$dF^C(K_C,\ L_C)/dY^I+\alpha=0$$

が得られる。この関係を使うと，社会的生産関数から

$$dY^C=\frac{\partial F^C}{\partial Y^I}\,dY^I$$

すなわち

$$dY^C+dY^I=0 \qquad (1-4)$$

が得られる。（1−4）式に（1−3）式を代入し，整頓すると

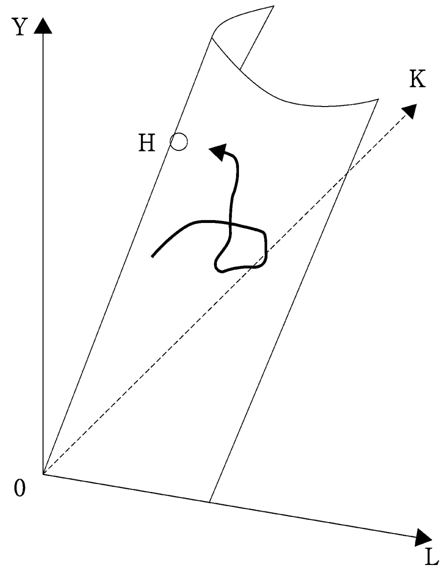
$$-\frac{dY^C}{dY^I}=\alpha=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Bigg/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)$$

$$=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Bigg/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \qquad (1-5)$$

が得られる。これは，消費財の投資財に対する限界変形率が限界費用比に等しくなるように生産編成をすることを意味している。その左辺が消費財の投資財に対する限界変形率であり，その右辺が限界費用比（限界生産性の比）である。右辺の分子は，投資財部門の限界費用（投資財部門に余分に生産要素を再配分するときに犠牲にされる消費財部門の余分の生産物）であり，右辺の分母は消費財部門の限界費用である。生産要素を消費財部門から投資財部門に移動させると，投資財部門の産出水準は上昇する。投資財部門の犠牲費用（$\partial F^C(K_C, L_C)/\partial K_C$）は上昇し，消費財部門の犠牲費用（$\partial F^I(K_I,\ L_I)/\partial K_I$）は低下する。相対的に投資財部門の犠牲費用が上昇し，消費財の投資財に対する限界変形率は上昇する。図4の点Aの経済状態から点Bの経済状態になると，消費財部門における資本の限界生産性は大きくなり，投資財部門のその限界生産性は小さくなる。

生産可能性集合の凸性についてはすでに示したが，生産可能性集合の凸性は社会的生産可能性集合が凸集合になることを意味する。また，生産可能性集合の閉性は社会的生産可能性集合が閉集合であることを意味する。社会的生産可能性集合の凸性は，（Y^C_A，Y^I_A）および（Y

図５　社会的生産可能性集合の閉性が満たされない場合



${}_B^C$，Y_B^I）が社会的生産可能性集合に属するならば，$\lambda\in(0,\ 1)$ に対して

$$\lambda(Y_A^C,\ Y_A^I)+(1-\lambda)(Y_B^C,\ Y_B^I)$$

も社会的生産可能性集合に属する。また，社会的生産可能性集合の閉性は，$(Y_A^C,\ Y_A^I)$ および $(Y_B^C,\ Y_B^I)$ が社会的生産可能性集合に属し，その点列 $\{Y_k^C,\ Y_k^I\}_{k=0}^{\infty}$ が $(Y_A^C,\ Y_A^I)$ あるいは $(Y_B^C,\ Y_B^I)$ に近づくときに満足される。図５の生産計画Hではこの集合の閉性は満されない。

第４節　社会的生産可能性曲線と価格

4.1　社会的生産可能性曲線と産出の最大化条件

所与の生産要素のもとで，消費財および投資財の産出量を最大にし，各生産物の産出合計を最大にするように各部門への各生産要素の配分と産出を決めるための条件を導出する。この問題は

$$(\mathrm{MP})\qquad \underset{\{Y^C,\ Y^I\}}{Max}\ p_C Y^C + p_I Y^I$$

$$\begin{aligned} sub.\ to\quad & F^C(K_C,\ L_C)\geq Y^C \\ & F^I(K_I,\ L_I)\geq Y^I \\ & K_C+K_I\leq K \\ & L_C+L_I\leq L \end{aligned}$$

と表される。この問題のラグランジェ関数は

$$L(Y^C,\ Y^I,\ K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \eta)$$
$$=p_C Y^C+p_I Y^I+\alpha[F^C(K_C,\ L_C)-Y^C]+\beta[F^I(K_I,\ L_I)-Y^I]$$
$$+\gamma[K_C+K_I-K]+\eta[L_C+L_I-L]$$

である。この問題に内点解が存在すると仮定する。一階の条件は

$$\frac{\partial}{\partial Y^C}L(\cdot)=p_C-\alpha=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial Y^I}L(\cdot)=p_I-\beta=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial K_C}L(\cdot)=\alpha\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)-\gamma=0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial K_I}L(\cdot)=\beta\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_C,\ L_C)-\gamma=0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial L_C}L(\cdot)=\alpha\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)-\eta=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial L_I}L(\cdot)=\beta\frac{\partial}{\partial L_I}F^C(K_C,\ L_C)-\eta=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}L(\cdot)=F^C(K_C,\ L_C)-Y^C=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}L(\cdot)=F^I(K_I,\ L_I)-Y^I=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}L(\cdot)=K_C+K_I-K=0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}L(\cdot)=L_C+L_I-L=0 \tag{10}$$

が得られる。ここで $L(\cdot)=L(Y^C,\ Y^I,\ K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \eta)$ である。この(1)から(10)の条件を使うと，産出の合計を最大にするための必要条件が得られる。(1)，(2)，(3)および(4)より

$$p_C\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)=p_I\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)$$

が得られる。(1)，(2)，(5)および(6)より

$$p_C\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)=p_I\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)$$

が得られる。これより

$$\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I}{p_C} \qquad (1-6\,\mathrm{a})$$

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I}{p_C} \qquad (1-6\,\mathrm{b})$$

が得られる。(1－6)式は，総産出最大化のための必要条件である。この条件は，各部門の限界費用（限界犠牲費用）比が価格比に等しいことを示している。(1－6）式の左辺において，その分子は投資財の限界犠牲費用，その分母は消費財の限界犠牲費用を示している。その右辺は投資財の消費財で測った相対価格である。(1－5）式と（1－6）式を結びつけると

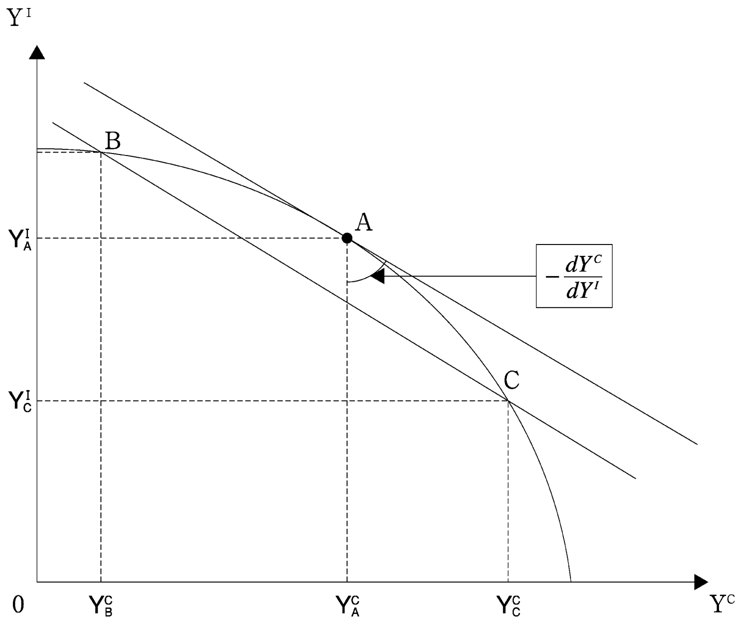
$$-\frac{dY^C}{dY^I}=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I}{p_C} \qquad (1-7\,\mathrm{a})$$

$$-\frac{dY^C}{dY^I}=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I}{p_C} \qquad (1-7\,\mathrm{b})$$

が得られる。(1－7）式は，生産における限界変形率（投資財の消費財に対する限界変形率）が限界費用比ならびに価格比（消費財で測った投資財の相対価格）に等しくなるとき，生産物の価値の総和が最大になることを示している。(1－7)式において，その限界変形率が価格比より大きいときには，各企業は消費財の生産を増やし，投資財の生産を減少させる。

図6において，総産出最大化条件が示される。所与の生産物価格の下で，点Aにおいてそ

図6　社会的生産可能性曲線と総産出最大化のための条件



の最大化が達成される。点Bおよび点Cにおいては（1－7）式の条件は満足されない。その点Bにおいて限界変形率と価格比の関係は

$$-\frac{dY^C}{dY^I}<\frac{p_I}{p_C}$$

となっている。投資財部門における生産要素の限界生産物価値の方が消費財部門におけるその価値よりも大きいので，投資財部門に生産要素を再配分させ，その産出を増加させる。逆に，点Cにおいては

$$-\frac{dY^C}{dY^I}>\frac{p_I}{p_C}$$

となる。このときは，消費財部門の産出を増加させるように，生産要素を部門間に再配分する。

4.2　社会的生産可能性曲線と生産の競争均衡

二部門経済を想定する。各部門の生産技術は生産関数で示され，生産要素は完全利用されると仮定する。これは

$$L_C^d+L_I^d=\overline{L} \text{ および } K_C^d+K_I^d=\overline{K} \qquad (1-8)$$

消費財部門の利潤を π_C とすると，その利潤関数は

$$\pi_C(Y^C,\ K_C,\ L_C)=p_CY^C-wL_C-qK_C$$

と表される。投資財部門の利潤を π_I とすると，その利潤関数は

$$\pi_I(Y^I,\ K_I,\ L_I)=p_IY^I-wL_I-qK_I$$

と表される。各部門の利潤最大化行動は

$$(PM)\quad \underset{\{Y^i,\ K_i,\ L_i\}}{Max}\ p_iY^i-wL_i-qK_i$$

$$sub.\ to\quad F^i(K_i,\ L_i)\geq Y^i \qquad i=C,\ I$$

と示される。この問題のラグランジェ関数は

$$L(Y^i,\ K_i,\ L_i,\ \lambda_F^i)=p_iY^i-wL_i-qK_i+\lambda_F^i[F^i(K_i,\ L_i)-Y^i] \qquad i=C,\ I$$

となる。これに内点解が存在するときには，利潤最大化の条件は

$$w=p_i\frac{\partial}{\partial L_i}F^i(K_i,\ L_i) \qquad i=C,\ I \qquad (1-9\,\mathrm{a})$$

$$q=p_i\frac{\partial}{\partial K_i}F^i(K_i,\ L_i) \qquad i=C,\ I \qquad (1-9\,\mathrm{b})$$

および

$$F^i(K_i,\ L_i)=Y^i \qquad i=C,\ I$$

である。ここで生産物価格が与えられると，利潤最大化の条件は，生産要素に対する需要と生産要素価格を決める。

生産物価格(p_C, p_I)が与えられると，(1−9) 式は

$$\frac{p_I}{p_C}=\frac{\partial}{\partial\phi}F^C(K_C, L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial\phi}F^I(K_I, L_I) \qquad \phi=K, L \tag{1−10}$$

と変形され，これは (1−7) 式と同じである。これは，社会的生産可能性曲線の限界変形率がその生産物価格比に等しいことを示し，効率的な生産編成条件が満たされ，社会的生産可能性曲線上に(Y_A^C, Y_A^I)が与えられることを意味する。(1−9) 式から

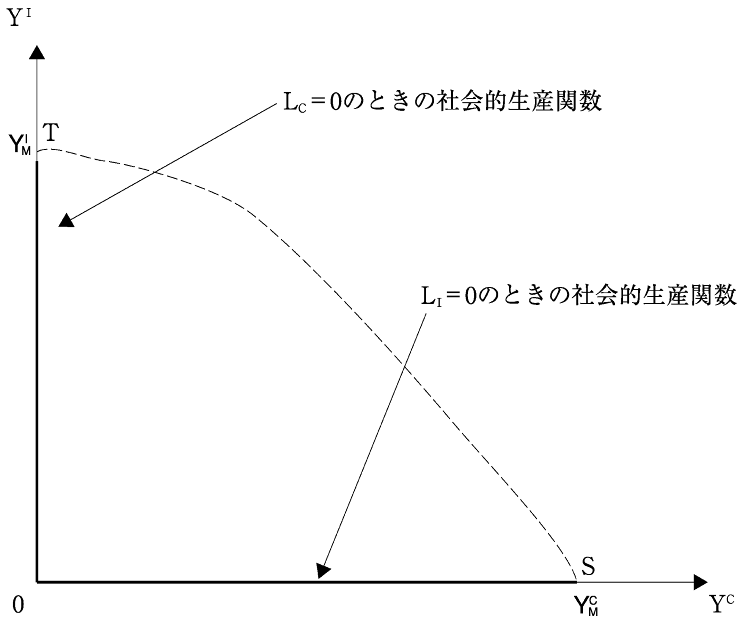
$$\frac{w}{q}=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C, L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C, L_C)=\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I, L_I)\Big/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I, L_I)$$

が得られる。これは生産要素が部門間に効率的に配分されることを示している。ここで生産要素の需要が決まると，所与の価格の下で，生産要素価格(w, q)が決まる。

次に，端点解が存在する場合の効率的生産編成条件を導出してみよう。もし $Y^I=0$ ならば，$\frac{p_I}{p_C}>-\frac{dY^C}{dY^I}\to 0$ の関係が成立する。このとき，社会的生産可能性曲線は図 7 の横軸に重なる。もし $Y^C=0$ ならば，$\frac{p_I}{p_C}<-\frac{dY^C}{dY^I}\to\infty$ となる。このとき，社会的生産可能性曲線は図 7 の縦軸に重なる。

上の（PM）利潤最大化問題の利潤最大化の条件は

図７　端点解をもつ社会的生産可能性曲線



$$for\ \ Y^i \geq 0 \qquad [p_i - \lambda^i_F]\,Y^i = 0$$

$$for\ \ K_i \geq 0 \qquad \left[-q + \lambda^i_F\left(\frac{\partial}{\partial K_i}F^i(K_i,\ L_i)\right)\right]K_i = 0$$

$$for\ \ L_i \geq 0 \qquad \left[-w + \lambda^i_F\left(\frac{\partial}{\partial K_i}F^i(K_i,\ L_i)\right)\right]L_i = 0$$

$$for\ \ \lambda^i_F \geq 0 \qquad \lambda^i_F[F^i(K_i,\ L_i) - Y^i] = 0$$

である。$L_I>0$，$L_C>0$ のときには，(1−10)式がえられる。ここでは $\lambda^i_F>0$ を仮定する。いま，$L_I=0$，$L_C>0$ としよう。このとき

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \leq p_I/p_C$$

となる。ここで左辺の分母は無限に大きいので，左辺は無限にゼロに近似される。$L_I=0$，$L_C>0$ のときには，投資財の産出はゼロになり，消費財の産出は最大になる。この社会的生産可能性曲線は，図 7 の $0Y^C_M$ である。図 7 の点 S における生産の限界変形率$(-dY^C/dY^I)$は無限にゼロに近似される。すなわち

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \to 0$$

となる。

また，$L_C=0$，$L_I>0$ のときには，その分子が無限に大きくなるので

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \geq p_I/p_C$$

となる。社会的生産可能性曲線は図 7 の $0Y^I_M$ である。図 7 の点 T における生産の限界変形率は無限に大きくなる。すなわち

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) \to \infty$$

となる。

第 5 節　生産可能性集合と分離平面

生産可能性集合が凸集合であるとき，その凸集合の外の一点を通る平面を境界面という。またその集合が凸かつ閉集合であるとき，その集合の境界上の一点を通る平面を支持平面という。二つの凸集合に対して境界面となる平面を分離平面という。

二次元空間における直線はその空間を三つの部分空間に分ける。その一つは直線上の点からなる空間，他は直線の両側に分けられる空間である。たとえば

$$10\,Y^C + 20\,Y^I = 1000 \qquad Y^C,\ \ Y^I \geq 0$$

なる直線 l を考えてみる。この直線は

$$Y^{\infty}=\{(Y^{C},\ Y^{I})\,|\,Y^{C}\geq 0\quad Y^{I}\geq 0\quad Y^{C},\ Y^{I}\in R^{+2}\}$$

を直線上の点からなる部分集合

$$Y^{B}=\{(Y^{C},\ Y^{I})\,|\,10\,Y^{C}+20\,Y^{I}=1000\quad Y^{C}\geq 0,\ Y^{I}\geq 0\}$$

とこの直線の上方の点からなる部分集合およびその下方の点からなる部分集合に分離する。

図８において，直線 l は社会的生産可能性集合の支持平面（支持線）となる。直線 l が支持線であるとき，その支持線は社会的生産可能性集合をその線の上にある集合から分離する。いま，生産物の市場価格ベクトルが（10，20）と与えられるとき，生産者（企業）はその市場価格のもとで，消費財ならびに投資財の産出量を決める。各企業の生産可能性集合が凸集合であるので，ある企業の生産計画は他のすべての企業の生産計画から独立している。凸集合の支持平面（支持線）は分権的な競争経済の実現を示す。

法線ベクトル（10，20）は，生産技術制約および資源制約のもとで

$$10\,Y^{C}+20\,Y^{I}$$

を最大にする産出ベクトル（50，25）が得られる。図８の直線 $l(10\,Y^{C}+20\,Y^{I})$ は生産側における利潤最大をもたらす産出量の組み合わせを与え，同時に，その直線は消費における支出額を最小にする消費量の組み合わせを与える。

図９において，直線 l は社会的生産可能性集合と社会的選好を示す満足集合（図９の集合Ｓ）の二つの凸集合を分離し，同時に，その二つの凸集合の支持線である。各企業の生産可能性

図８　凸集合の社会的生産可能性集合と分離平面（分離線）

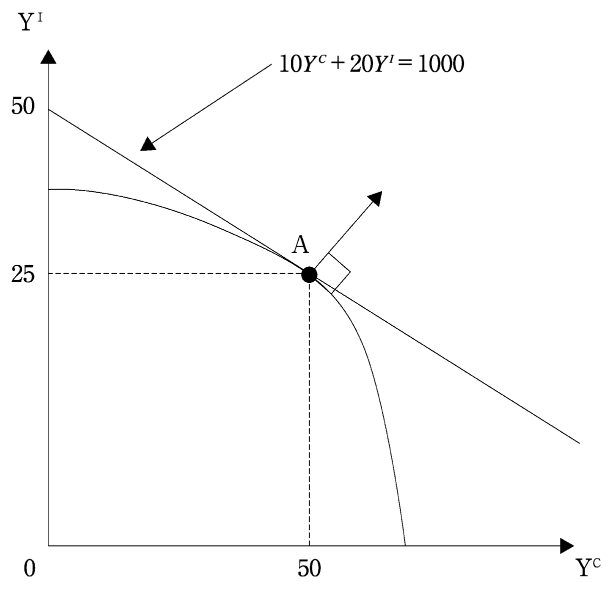
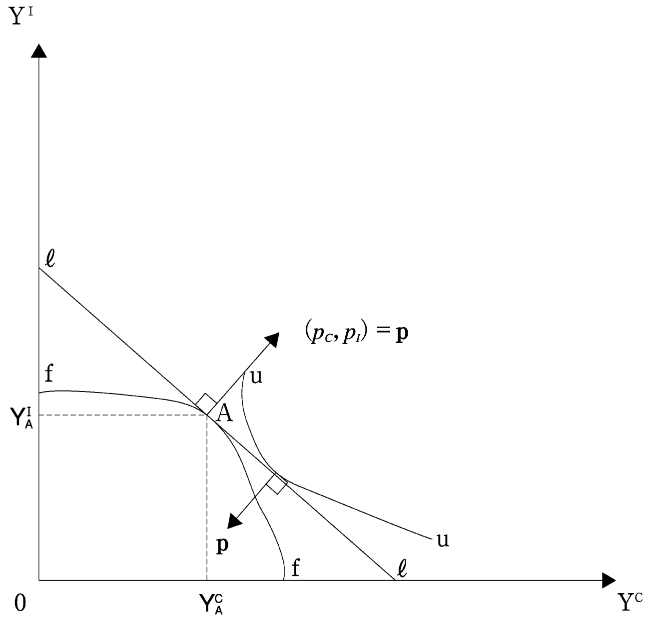


図9　二つの凸集合を分離する直線 ℓ



集合および各消費者の満足集合も凸集合であるので，各経済主体（企業および消費者）の決定は他の経済主体の決定から独立している。二つの凸集合の支持線は分権的な競争経済の実現を意味する。

第2章　動学的効率性と競争径路

第1節　動学的資源配分の効率性条件

各企業は期初に労働サービスと資本ストックを投入し，期末に消費財あるいは投資財を産出する。ここでは，任意の現在期として t 期を取り上げ，その期にスポットをあてる。t 期の期初は t 時点であり，その期末は $t+1$ 時点である。$t+1$ 期の期初は $t+1$ 時点であり，その期末は $t+2$ 時点である。

t 期の期初に投入される労働サービスを $L(t)$，その期初に投入される資本ストックのサービスを $K(t)$ とし，生産物の産出はその期末におこり，$Y^i(t+1)$　$i=C,\ I$ と表される。$t+1$ 時点における消費財産出を $Y^C(t+1)$，投資財産出を $Y^I(t+1)$ と表す。この投入―産出関係を

$$Y^i(t+1)=F^i_t(K_i(t),\ L_i(t)) \qquad i=C,\ I$$

と表す。t 期の社会的生産関数は

$$Y^C(t+1)=F_t(Y^I(t+1),\ K(t),\ L(t)) \qquad (2-1)$$

と表される。ここで $K(t)=K_C(t)+K_I(t)$，$L(t)=L_C(t)+L_I(t)$ である。

各企業は t 期の期初に二期間にわたる生産計画を立てる。その期初には，経済全体に賦存する資本ストックと労働ストックは与えられ，それは $K(t)=\overline{K}$，$L(t)=\overline{L}$ と示される。生産要素の賦存量が与えられると，t 期の消費財と投資財の産出は決められる。その産出量は各部門の生産関数によって決められる。

一期間経済の問題についてはすでに第１章で展開したので，この節では二期間経済の問題を考察しよう。二期間経済において，$t+1$ 期の期末における消費財産出を最大にするように $K(t+1)$ および $Y^i(t+1)$　$i=C, I$ を決定する問題を考察する。ここでは，社会全体として第二期の消費財産出である $Y^C(t+2)$ を最大にするように生産編成を作り上げる。この社会の状態を想定しよう。まず，社会全体として利用可能な労働サービス量は，両期間を通じて不変で，t 期の期初に社会的に賦存する大きさに等しいとする。次に，各消費者は労働供給を選択しないものと仮定し，$L(t)=L(t+2)=\overline{L}$ としよう。第三に，$t+1$ 期の期末の $t+2$ 時点における資本ストック水準，$K(t+2)$，は与えられ，$K(t+2)=\overline{\overline{K}}$ とする。

$t+1$ 期の投資財生産が決まると，$t+1$ 期の投資水準 ($Y^I(t+2)$) が決まる。二期間経済の社会的生産関数は

$$Y^C(t+2)=F_{t+1}(Y^C(t+1),\ Y^I(t+1),\ Y^I(t+2),\ K(t+2),\ L(t+2),\ K(t),\ L(t)) \tag{2-2}$$

と表される。この $t+1$ 期の消費財産出を最大にするように生産を編成する。ここで $K(t)=\overline{K}$，$L(t)=L(t+2)=\overline{L}$ で与えられ，t 期の社会的生産関数は (2－1) 式で与えられる。この二期間経済の問題は，(2－1) 式の制約の下で二期間目の消費財産出を最大にする問題 (IM) とする。この問題は

$$\underset{\{Y^C(t+2)\}}{Max}\ F_{t+1}(Y^C(t+1), Y^I(t+1), Y^I(t+2), K(t), L(t), K(t+1), L(t+1))$$

$$\begin{aligned} \text{sub. to}\quad & Y^C(t+1)\leq F_t(Y^I(t+1),\ K(t),\ L(t)) \\ & Y^I(t+2)=\overline{\overline{K}}+K(t+1)(1-\delta) \\ & K(t)=\overline{K} \\ & K(t+2)=\overline{\overline{K}} \\ & L(t+1)=L(t)=\overline{L} \end{aligned}$$

と表される。この問題に内点解が存在するとしよう。これから，ラグランジェ関数は

$$\begin{aligned} & L(Y^C(t+1),\ Y^I(t+1),\ K(t+1),\ \lambda_t,\ \eta_t)=F_{t+1}(Y^C(t+1),\ Y^I(t+1), \\ & Y^I(t+2),\ \overline{K},\ \overline{L},\ K(t+1),\ \overline{L})+\lambda_t[F_t(Y^I(t+1),\ K(t), \\ & L(t))-F_t^C(Y^C(t+1))]+\eta_t(Y^I(t+2)-\overline{\overline{K}}+K(t+1)(1-\delta)) \end{aligned}$$

と表される。この関数より，一階の条件は

$$\frac{\partial}{\partial Y^C(t+1)}L(\cdot)=\frac{\partial}{\partial Y^C(t+1)}F_{t+1}(\cdot\cdot)+\lambda_t(-1)=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial Y^I(t+1)}L(\cdot)=\frac{\partial}{\partial Y^I(t+1)}F_{t+1}(\cdot\cdot)+\lambda_t\frac{\partial}{\partial Y^I_{t+1}}F_t(\cdot)=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial K(t+1)}L(\cdot)=\frac{\partial}{\partial K(t+1)}F_{t+1}(\cdot\cdot)-\eta_t(1-\delta)=0 \tag{3}$$

$$Y^I(t+2)-\overline{\overline{K}}+K(t+1)(1-\delta)=0 \tag{4}$$

と与えられる。ここで

$$L(\cdot)\equiv L(Y^C(t+1),\ Y^I(t+1),\ K(t+1),\ \lambda_t,\ \eta_t)$$

$$F_{t+1}(\cdot\cdot)\equiv F_{t+1}(Y^C(t+1),\ Y^I(t+1),\ Y^I(t+2),\ \overline{K},\ \overline{L},\ K(t+1),\ \overline{L})$$

$$F_t(\cdot)\equiv F_t(Y^I(t+1),\ \overline{K},\ \overline{L})$$

である。この条件の(1)と(2)より

$$-\frac{\partial}{\partial Y^C(t+1)}F_{t+1}(\cdot\cdot)=\frac{\partial}{\partial Y^I(t+1)}F_{t+1}(\cdot\cdot)\Big/\frac{\partial}{\partial Y^I(t+1)}F_t(\cdot) \tag{2-3}$$

が得られる。この（2－3）式は，異時点間の資源配分が効率的であるための条件である。この左辺は，t 期の産出の限界的な一単位減少に対して，$t+1$ 期に限界的に産出を何単位増加さることができるかを示している。これは t 期の $t+1$ 期に対する限界変形率である。(2－3)式ではこの値が右辺の値に等しい。この右辺の分母の逆数は，t 期の消費財生産を限界的に一単位増加させるとその期の投資財生産を何単位抑えるかを示し，その分子は，t 期の投資財生産を限界的に一単位抑えると，$t+1$ 期の消費財生産を何単位減少さるかを示している。(2－3)式は動学的資源配分の効率性条件である。この動学的な資源配分条件を満たす径路は，$t+1$ 期の消費産出を最大にする径路である。この条件は，サミュエルソン[1960]および DOSS[1958]によって示された動学的資源配分の効率性条件である。

この問題の最大化の一階条件である(3)は $t+1$ 時点の資本ストックの限界生産性である。この生産性は，市場において，投資財の価格（陰の価格）に等しくなるように決まる。資本の限界生産性が，投資財の価格に等しくなるように，異時点間に資本ストックが配分されることをその一階条件は示している。

第2節　競争径路

各部門の生産可能性集合は，第1章で示したように，

$$\Psi_i=\{(Y^i,\ K_i,\ L_i)\,|\,Y^i\leq F^i(K_i,\ L_i)\ Y^i\geq 0,\ K_i\geq 0,\ L_i\geq 0\quad i=C,\ I\} \tag{1-1}$$

と表される。この関数は第1章第1節の仮定1から仮定4を満足する。仮定1は桃源郷の不

可能性，仮定 2 は凸性，仮定 3 は閉性，仮定 4 は生産物および生産要素の無償処分の仮定である。

t 期の社会的生産関数は，すでに第 1 節で示したように，次の（2－1）式で与えられる。

$$Y^C(t+1)=F_t(Y^I(t+1),\ K(t),\ L(t)) \tag{2-1}$$

ここで $K(t)=K_C(t)+K_I(t)$，$L(t)=L_C(t)+L_I(t)$ である。これは

$$T^t=\{Y(t+1),\ K(t),\ L(t)\,|\,Y^C(t+1)\le F_t(Y^I(t+1),\ K(t),\ L(t)),\ Y(t+1)\ge 0,\ K(t)\ge 0,\ L(t)\ge 0\} \tag{2-2}$$

と示される。T^t は生産可能性集合と呼ばれる。この社会的生産関数においても，第 1 章第 1 節の桃源郷不可能性，生産可能性集合の凸性および閉性，生産物ならびに生産要素の無償処分が仮定される。桃源郷不可能性の仮定は，もし $(Y^i,\ 0,\ 0)\in\Psi \quad i=C,\ I$ であるならば，$Y=(Y^C,\ Y^I)=(0,\ 0)$ となることを意味している。この生産可能性集合では，桃源郷不可能性は，もし $(Y(t+1),\ 0,\ 0)\in T^t$ であるならば，$Y(t+1)=0$ となる。これは，投入なくして産出なしを示している。また，$Y(t+1)\ge 0$ なるような生産可能性集合

$$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t))\in T^t$$

が存在すると仮定する。

仮定 2 は，生産可能性集合の凸性である。第 1 章第 1 節において，その凸性は

$$(Y^i,\ K_i,\ L_i)\in\Psi_i \quad (Y^{i'},\ K_{i'},\ L_{i'})\in\Psi_i \text{ ならば，} \alpha\in(0,\ 1) \text{ に対して}$$

$$\alpha(Y^i,\ K_i,\ L_i)+(1-\alpha)(Y^{i'},\ K_{i'},\ L_{i'})\in\Psi_i \quad i=C,\ I$$

と示された。T^t の生産可能性集合において，その凸性は次のように示される。

$$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t))\in T^t \quad (Y'(t+1),\ K'(t),\ L'(t))\in T^t \text{ ならば，}$$

$$\alpha\in(0,\ 1) \text{ に対して}$$

$$\alpha(Y(t+1),\ K(t),\ L(t))+(1-\alpha)(Y'(t+1),\ K'(t),\ L'(t))\in T^t$$

となる。これは T^t の生産可能性集合が凸集合であることを示している。また

$$(0,\ 0,\ 0)\in T^t$$

である。生産要素の投入および生産物の産出がゼロの生産技術も生産可能性集合に含まれることを仮定する。さらに，加法性および可分性が仮定されると，生産可能性集合が凸錘になることを意味する。原点を含む生産可能性集合の凸性は，生産関数が準凹関数であることに対応している。

第 1 章第 1 節の仮定 3 は生産可能性集合の閉性を示していた。これは点列の収束によって示された。生産可能性集合の閉性は，生産可能性集合 Ψ に属する点列がこの集合自身の $\{Y^0,\ K^0_C,\ L^0_C\}$ に収束するときに得られる。(2－2) 式で示される生産可能性集合 T^t において，

$$\{Y^\nu(t+1),\ K^\nu(t),\ L^\nu(t)\}_{\nu=1}^{\infty}$$

がその集合自身の $\{Y^0(t+1),\ K^0(t),\ L^0(t)\}$ に収束するときに，生産可能性集合の閉性は

示される。

第1章第1節の仮定4は生産物および生産要素の無償処分であった。この仮定は，$(Y^C_0, K^0_C, L^0_C) \in \Psi_C$ かつ $Y^C_0 \geq Y^C_1$ ならば，$(Y^C_1,\ K^0_C,\ L^0_C) \in \Psi_C$ を意味していた。これが生産物（消費財）の無償処分を示していた。また，$(Y^C_0,\ K^0_C,\ L^0_C) \in \Psi_C$ かつ $K_C \geq K^0_C$，$L_C \geq L^0_C$ ならば，$(Y^C_0,\ K^1_C,\ L^1_C) \in \Psi_C$ と仮定していた。これは生産要素の無償処分の仮定であった。この仮定は，過剰生産の問題や過剰設備を費用なしで回避できることを示していた。(2－2)式で示される T^t 生産可能性集合において，

$$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t)) \in T^t \text{ かつ } Y(t+1) \geq Y(t+1)' \text{ ならば，}$$

$$(Y(t+1)'K(t),\ L(t)) \in T^t$$

であると仮定する。これは生産物の無償処分を意味する。また，

$$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t)) \in T^t \text{ かつ } K(t)' \geq K(t),\ L(t)' \geq L(t) \text{ であるならば，}$$

$$(Y(t+1),\ K(t)',\ L(t)') \in T^t$$

となる。これは生産要素の無償処分を意味する。

最後に仮定5であるが，この仮定は生産可能性集合の規模に関して収穫一定を示す。これは

$$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t)) \in T^t \text{ ならば，そのときに } \lambda > 0 \text{ 対して，}$$

$$(\lambda Y(t+1),\ \lambda K(t),\ \lambda L(t)) \in T^t$$

と示される。

上記で説明した仮定1から仮定5の下で動学径路が存在するならば，その径路は

$$Y(t+1) \geq Y^C(t+1) + Y^I(t+1)$$

を満たし，生産可能性集合で表される生産技術の点列

$$\{Y(t+1),\ K(t),\ L(t)\}^S_{t=1} \qquad S \leq \infty \tag{2－4}$$

として表される。さらに，その点列が実行可能な動学径路であるためには，初期条件と資源賦存条件を満たす必要がある。資源賦存条件は，すべてのゼロ以上の期に対して，$L(t) \leq \overline{L}$ および $K(t) \leq \overline{K}$ であり，初期条件は，初期の資本ストック水準の非負性の条件である。

この（2－4）式で示される動学径路が初期条件と賦存条件を満たすとき，その動学径路は実行可能となる。しかし，その径路上で利潤最大化条件を満たすとは限らない。動学径路が競争径路であるためには，その動学径路は利潤最大化条件を満たす必要がある。t 期の利潤は

$$\pi_t = p_{t+1} Y(t+1) - q_t K(t) - w_t L(t) \tag{2－5}$$

と表される。この利潤を最大にする価格ベクトル $(p_{t+1},\ q_t,\ w_t)$ が次の第1条件から第4条件を満足するとき，（2－4）式で示される実行可能な動学径路は競争径路である。

まず，第1条件は，生産物価格ベクトルが $p_{t+1} = (p^C_{t+1},\ p^I_{t+1}) \geq 0$ で，両生産物の価格の非負性である。生産物産出がその需要水準を超えるときには，生産物は自由財となり，生産物

価格はゼロになる。生産物は無償処分される。次に，第 2 条件は，すべての期間における労働サービス価格の非負性である。すなわち $w_t \geq 0$ である。競争径路が$(Y^*(t+1),\ K^*(t),\ L^*(t)) \in T^t$であり，労働サービスの使用と賦存量の間に $L^*(t) \leq \overline{L}$ の関係があるならば，$(Y^*(t+1),\ K^*(t),\ \overline{L}) \in T^t$ となる。競争径路上では利潤最大になっているので

$$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t \overline{L}$$
$$\leq p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t)$$

が成立する。これより

$$w_t(L^*(t) - \overline{L}) \leq 0 \tag{2-6}$$

である。ここで $w_t < 0$ ならば，利潤最大化を満たさない。よって $w_t \geq 0$ である。

もし $L(t) < \overline{L}$ となるならば，$w_t = 0$ となり，労働サービスは自由財になる。すべての労働サービスが同一の支払を受けるとき，(2−6)式において $L^*(t) < \overline{L}$ であるとしよう。このとき $w_t > 0$ ならば，$L^*(t) + \boldsymbol{\varepsilon} = \overline{L}$ とすると，$w_t\overline{L} - w_t\boldsymbol{\varepsilon} - w_t\overline{L} \leq 0$ なる関係が成立する。これより $w_t\boldsymbol{\varepsilon} \geq 0$ となる。これは矛盾である。失業している労働時間に賃金を支払うことを意味している。ゆえに，$L(t) < \overline{L}$ ならば，$w_t = 0$ である。

第 3 条件は，資本ストックのレンタル価格も非負である。すなわち，すべての期間において $q_t \geq 0$ である。競争径路が$(Y^*(t+1),\ K^*(t),\ L^*(t)) \in T^t$で，$K^*(t) < \overline{K}$ であるとしよう。このとき，$(Y^*(t+1),\ \overline{K},\ L^*(t)) \in T^t$ である。競争径路上では利潤最大になっているので

$$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t \overline{K} - w_t L^*(t)$$
$$\leq p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t)$$

である。これより

$$q_t(K^*(t) - \overline{K}) \leq 0 \tag{2-6′}$$

である。ここで $q_t < 0$ ならば，利潤最大化を満たさない。よって $q_t \geq 0$ である。

すべての資本財が同一の支払を受けるとき，(2−6′) 式において $K^*(t) < \overline{K}$ であるとしよう。もし $K^*(t) < \overline{K}$ ならば，超過供給になっている資本財にある正のレンタルを支払うことはあり得ないので，労働サービスの場合と同じ理由により，$q_t = 0$ となる。

第 1 から第 3 の条件は，競争径路上では，需要と供給が等しくなり，均衡状態にあることを意味している。この第 1 から 3 の条件は，生産要素ならびに生産物の無償処分を前提にしている。

第 4 条件は，実行可能な径路に沿って，(2−5)式で与えられる利潤を最大にする。すなわち，すべての期間およびすべての生産可能性集合ベクトル$(Y(t+1),\ K(t),\ L(t)) \in T^t$に対して

$$p^C_{t+1} Y^C(t+1) + p^I_{t+1} Y^I(t+1) - q_t K(t) - w_t L(t)$$

$$\leq p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t) \qquad (2-7)$$

となるような$(Y^*(t+1),\ K^*(t),\ L^*(t)) \in T^t$が存在する。この競争径路上では，(2−7)式の左辺に示される利潤が，すべての期間において，非正であることを必要とする。ある期の利潤が正であれば，資源を他の期間からその期間に再配分することによって，径路全体での消費水準を高め，経済厚生を高めることができる。このように，任意の期間の利潤がゼロを超えるときには，期間の利潤が非正になるまで，期間間で資源の再配分を続ける。このことは，すべての期間に対し

$$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t) \leq 0 \qquad (2-8)$$

となることを意味する。これは，競争径路のすべての期間において，非正の利潤が実現することを示している。

もし$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t) > 0$ならば，(2−7)式の関係は成立しない。$(Y^*(t+1),\ K^*(t),\ L^*(t)) \in T^t$とし，生産物の無償処分が仮定されると，$Y^*(t+1) \leq Y(t+1)$ならば

$$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t)$$
$$< p^C_{t+1} Y^C(t+1) + p^I_{t+1} Y^I(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t)$$

が得られる。次に，生産要素の無償処分が仮定されると，$K^*(t) \geq K(t)$，$L^*(t) \geq L(t)$ならば

$$p^C_{t+1} Y^{*C}(t+1) + p^I_{t+1} Y^{*I}(t+1) - q_t K^*(t) - w_t L^*(t)$$
$$< p^C_{t+1} Y^C(t+1) + p^I_{t+1} Y^I(t+1) - q_t K(t) - w_t L(t)$$

が得られる。これは，(2−8)式の競争均衡となる利潤の非正の条件を満足しない。すなわち，動学径路上のある期の利潤が正であるならば，その径路は競争径路でないことを意味する。ゆえに，動学径路が競争径路であるならば，(2−8) 式が成立する。

競争径路は経済厚生の概念である効率性に関する特徴を備えている。経済の効率性は有限期間あるいは無限期間において考察される。この問題は次節にて考察される。

第3節　競争均衡径路の特性

3.1　静学状態における競争均衡の特性：厚生経済学の第1命題

競争均衡がパレート効率であることは，厚生経済学の第1命題として知られている。この命題は，利潤を非正にする競争均衡における消費配分が実現し，競争均衡の資源配分が契約曲線状上にあることを意味している。パレート効率性は，この曲線状上では，消費者の任意の2生産物の限界代替率は等しくなることを意味している。

この節では生産の競争均衡の特性を示す。この競争均衡では，各部門の利潤と社会全体の利潤が同時に最大化される。価格ベクトルを$(p^{*C},\ p^{*I},\ q^*,\ w^*)$と産出･投入量ベクトルを

$(Y^{*C}, Y^{*I}, K^*, L^*)$とする。前者は競争均衡価格ベクトル，後者は均衡数量ベクトルである。このもとで，配分$(Y^{*C}, Y^{*I}, K^*, L^*)$が社会全体の利潤を最大にするならば，すなわち，その配分が他のいかなる配分にも優越されない配分であるならば，その配分はパレート最適である。その均衡価格体系の下で，生産要素の均衡配分量が産業を構成する各企業に配分される。各部門が有限個の企業から構成されるとき，消費財部門への生産要素の配分は

$$K_C = \sum_{h=1}^{H} K_C^h \qquad L_C = \sum_{h=1}^{H} L_C^h$$

と示される。また投資財部門についても同様に示される。経済全体での生産要素の配分は

$$F_C + F_I = F^* \leq \overline{F} \qquad F = K, \ L$$

を満たす。部門全体の産出量については

$$Y^C = \sum_{h=1}^{H} Y_h^C \qquad Y^I = \sum_{k=1}^{K} Y_k^I$$

と示される。消費財部門および投資財部門を構成する企業が利潤最大化行動をするとき，各企業には生産物価格ならびに生産要素価格は与えられる。ここでは均衡価格(p_C^*, p_I^*, q^*, w^*)が与えられるとしよう。各企業が利潤最大を達成しているときには，その部門全体でも利潤最大化が達成されている。

消費財部門の利潤最大化条件は

$$\max_{\{Y^C, \ K_C, \ L_C\}} \ \pi_C = [p_C^* Y^C - w^* L_C - q^* K_C]$$

$$\text{sub. to} \quad (Y^C, \ K_C, \ L_C) \in \Psi_C \quad \text{あるいは} \quad Y^C \leq F^C(K_C, \ L_C)$$

$$\text{および，} K_C + K_I = K^* \leq \overline{K} \quad L_C + L_I = L^* \leq \overline{L}$$

を満たす。この解を$(w^*, q^*, K_C^*, L_C^*, Y^{*C})$とする。この利潤最大化条件は，(1－9 a)式および(1－9 b)式で示される。また投資財部門の解を$(w^*, q^*, K_I^*, L_I^*, Y^{*I})$とする。投資財部門の利潤最大化条件も（1－9 a）式および（1－9 b）式で示される。(1－9）式で示したように，各部門の実質賃金率が労働の限界生産性，実質レンタルが資本の限界生産性に等しい。このとき，消費財の均衡価格がp_C^*，投資財の均衡価格がp_I^*と与えられると，生産要素価格が各部門で等しくなるので，両部門の利潤最大化条件から生産物の配分に関する条件として

$$\frac{\partial}{\partial \phi} F^C(K_C^*, \ L_C^*) \Big/ \frac{\partial}{\partial \phi} F^I(K_I^*, \ L_I^*) = \frac{p_I^*}{p_C^*} \qquad \phi = K, \ L$$

が導出される。これは (1－10) 式で示したものである。これは，投資財の消費財で測った相対価格がその限界犠牲費用比に等しい条件である。たとえば，労働サービスの多くが投資財部門で使用されている状態では，投資財部門における労働の限界生産性は消費財部門におけるその生産性より低く，投資財生産の限界犠牲費用の方が消費財の限界犠牲費用より高くなる。さらに，(1－7)式で示したように，投資財の消費財で測った相対価格が生産における限

界変形率に等しい。

また，生産要素が与えられたときの生産可能性集合は，$Y=(Y^C,\ Y^I)\in\Psi$ となる。生産要素が与えられたときの社会全体の利潤最大化のための問題は

$$\max_{\{Y^C,\ Y^I\}}\ \Pi=[p_C^*Y^C+p_I^*Y^I-q\overline{K}-w\overline{L}]$$

$$\begin{aligned}\text{sub. to}\quad &((Y^C,\ Y^I),\ (K_C,\ K_I),\ (L_C,\ L_I))\in\Psi\\ &K_C+K_I\leq K^*=\overline{K}\\ &L_C+L_I\leq L^*=\overline{L}\end{aligned}$$

と与えられる。この制約条件に示される生産可能性集合を $Y^C\leq F^C(K_C, L_C)$ および $Y^I\leq F^I(K_I,\ L_I)$ で置き換えることもできる。生産可能性集合の凸性および閉性が仮定されているので，この問題には内点解が存在する。この問題の解は（1－6）式および（1－7）式で示した条件を満足する。この問題におけるその条件は

$$\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I^*}{p_C^*} \tag{1－6 a}$$

$$\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I^*}{p_C^*} \tag{1－6 b}$$

$$-\frac{dY^{*C}}{dY^{*I}}=\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I^*}{p_C^*} \tag{1－7 a}$$

$$-\frac{dY^{*C}}{dY^{*I}}=\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_C,\ L_C)\Big/\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I)=\frac{p_I^*}{p_C^*} \tag{1－7 b}$$

と示される。すなわち，これは，生産における限界変形率が投資財価格の消費財価格で測った値に等しい条件である。この解を$(w^*,\ q^*,\ Y^{*C},\ Y^{*I})$と表す。

次に，社会全体の利潤が最大化されるときには，各部門の利潤も最大化されることを確認しておこう。$(w^*,\ q^*,\ Y^{*C},\ Y^{*I})$が利潤 Π を最大にしているとき，$Y^C=Y^{*C}$，$Y^I=Y^{*I}$，$K_C=K_C^*$，$L_C=L_C^*$，$K_I=K_I^*$，$L_I=L_I^*$ かつ $F_C^*+F_I^*=\overline{F}\quad F=K,\ L$ となっている。もしこれが消費財部門の利潤を最大にしないならば，$K_C'\neq K_C^*$，$L_C'\neq L_C^*\quad F_C'+F_I'=\overline{F}\quad F=K,\ L$ となる資源配分が存在するはずである。この資源配分のもとでは

$$p_C^*Y'^C-w^*L_C'-q^*K_C'>p_C^*Y^{*C}-w^*L_C^*-q^*K_C^*$$

となる$(w^*,\ q^*,\ K_C',\ L_C',\ Y'^C)$が存在する。この不等号が成立するときには，消費財部門の利潤と投資財部門の利潤を加えた社会全体の利潤も増加するので，その解$(w^*, q^*, Y^{*C}, Y^{*I})$が利潤最大の解であることに矛盾する。

逆に，各部門が利潤最大の資源配分を達成しているときには，社会全体としても利潤最大が実現している。消費財部門の資源配分が$(w^*,\ q^*,\ K_C^*,\ L_C^*,\ Y^{*C})$，投資財部門の資源配

分が$(w^*，q^*，K_I^*，L_I^*，Y^{*I})$であるときには，各部門の利潤最大が達成される。各部門が利潤最大化を達成するときに，社会全体の利潤は最大になっている。もし社会全体の利潤が最大になっていないならば，そのとき

$$p_c^* Y^c + p_I^* Y^I - q\overline{K} - w\overline{L} < p_c^* Y'^c + p_I^* Y'^I - q\overline{K} - w\overline{L}$$

となる資源配分が存在する。しかし，この資源配分$(w^*，q^*，Y'^c，Y'^I)$のもとでは，消費財部門および（あるいは）投資財部門において利潤最大化が達成されていない。

3.2　動学的効率性について

動学径路の効率性には，有限時間での効率性と無限時間での効率性がある。最初に有限時間での効率性を考察してみよう。有限期間を $t=1，2，\cdots，T$ とする。ある動学径路が資源配分に関して効率的であるための条件は，その径路の消費水準（あるいは投資水準）および終期の資本ストック水準が他のいかなる動学径路のその水準に等しいかあるいはそれ以上であり，かつ，ある期の消費水準あるいは投資水準が他の動学径路におけるものよりも高いことである。このとき，その動学径路は，有限期間の資源配分に関して効率的である。キャス［1966］やバーマイスター［1980］は，この有限期間の効率性を短期効率性と呼んでいる。

短期効率性の状態を形式的に表現してみよう。二つの動学径路を取りあげる。動学径路 P を $\{Y(t+1)，K(t)，L(t)\}_{t=0}^{T}$，動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ を $\{\tilde{Y}(t+1)，\tilde{K}(t)，\tilde{L}(t)\}_{t=0}^{T}$ と表し，資源配分の効率性を定義してみよう。この二つの動学径路は同じ初期条件で始まるものとする。初期条件を $K(0)=\tilde{K}(0)=\overline{K}$，$L(0)=\tilde{L}(0)=\overline{L}$ とする。もしこの競争均衡径路が短期効率的であるならば，そのとき

（i）すべての $t=1，2，\cdots T$ に対して，$Y(t)\geq\tilde{Y}(t)$および $K(T)\geq\tilde{K}(T)$

（ii）ある期間 $\tau\geq1$ に対して，$Y(\tau)>\tilde{Y}(\tau)$あるいは $K(\tau)>\tilde{K}(\tau)$

となるような他の動学径路が存在しない。このとき動学径路 $\tilde{P}$ は資源配分に関して効率的である。短期効率性において問題になるのは終期における資本ストックである。なぜより多くの資本ストックを残す径路の方がより効率であるのであろうか。

この問題について説明する。先に示した二つの動学径路 $\tilde{P}$ と P を考えてみよう。上記の短期効率的であるための条件（i）は満たされるが，二つの径路において終期資本ストック水準は異なるとしよう。二つの終期資本ストック水準の間に $\tilde{K}(T)>K(T)$の関係があるとしよう。この想定のもとでは，動学径路 P は短期不効率な動学径路である。この径路が効率的でないことを示すためには，終期資本ストック $K(T)$が $T+1$ 期において消費財および（あるいは）投資財の生産に利用可能であり，かつ，資本ストックが生産的であることを仮定する必要がある。

この仮定は，動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ が動学径路 P より効率的であることを示している。終期資本ストッ

クが次の期の消費財および投資財の生産に利用でき，その資本ストックが生産的であるという仮定は，終期資本ストックのより多い動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ の方がより効率的であることを意味する。すなわち，終期資本ストックが直接的に消費財に代替されるか，あるいは，その資本ストックが生産プロセスを通して消費財あるいは投資財生産に使用されるときには，より多くの資本ストックを残す動学径路の方がより効率的になる。

しかし，もし終期資本ストックが $T+1$ 期以降の消費財および投資財生産に何の貢献もしないならば，終期資本ストック水準のより高い動学径路は必ずしもより効率的ではない。ゆえに，資本ストックの消費財あるいは投資財への代替が起こらないならば，あるいは，資本ストックが消費財や投資財の生産プロセスで使用されないならば，終期資本ストック水準の多寡は資源配分の効率性には関係しない。終期資本ストック水準が将来の生産に影響することを明確にするために，バーマイスター［1980］によって与えられた次の仮定6が必要になる。すなわち，仮定6は

終期（T 期）の資本ストックが $T+1$ 期において消費財および（あるいは）投資財の生産に利用可能であり，かつ，資本ストックが生産的である

である。この仮定は，T 期において世界が終末を迎えることはなく，次の $T+1$ においても経済生活が繰り返されることを前提にする。

無限期間における資源配分の効率性は消費効率性である。消費効率性を形式的に表現する。ある実行可能な動学径路 $\hat{\mathrm{P}}$ と他の実行可能な動学径路 P を取り，前者の実行可能な動学径路に対して

（i）すべての $t=1, 2, \cdots$ に対して，$Y(t) \geq \hat{Y}(t)$

（ii）ある期 $\tau \geq 1$ に対して，$Y(t) > \hat{Y}(t)$

となるような他の動学径路が存在しないならば，実行可能な動学径路 $\hat{\mathrm{P}}$ は消費効率的である。

次に，消費効率的な動学径路と短期効率的な動学径路の関係について説明する。有限期間の短期効率的な動学径路は必ずしも無限期間の消費効率的な径路ではない。T 期（終期）の資本ストックが $T+1$ 期以降の消費財生産および（あるいは）投資財生産に影響するならば，有限期間の効率性が無限期間の効率性になる。だが，そのことを示すためには，短期効率的な動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ に対して，仮定7が必要である。仮定7は

もし$(Y(t+1), K(t), L(t)) \in T^t$ および $0 \leq \tilde{C}(t+1) < C(t+1)$ ならば，そのとき

$$0 \leq I(t+1) < \hat{I}(t+1) \text{ かつ } \hat{Y}(t+1) \geq \tilde{C}(t+1) + \hat{I}(t+1)$$

となるような生産可能性集合$(\hat{Y}(t+1), K(t), L(t)) \in T^t$ が存在する

である。この仮定は，短期効率的な動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ の他に実行可能な動学径路 $\hat{\mathrm{P}}$ が存在することを示している。これは異時点間の代替の仮定である。短期効率的な径路上の消費水準よりも高い消費水準を実行可能にする生産可能性集合が存在するときには，短期効率的な径路上の

消費水準を抑え，同時に，その期の投資水準を拡大し，総産出を短期効率的な径路での産出より高い水準に押し上げことが可能になる。

動学径路 P が

$$(\hat{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t))_{t=1}^{\infty} \text{ かつ } (Y(t+1),\ K(t),\ L(t))_{t=1}^{T} \tag{P}$$

と表されるとしよう。いま，この径路が消費効率的な動学径路であり，かつ，$t=1,\ 2,\ \cdots T$ の期では短期不効率な動学径路であるとしよう。この径路 P は，すべての $\tau \geq 1$ に対して $\hat{Y}(\tau+1)=\tilde{Y}(\tau+1) \geq Y(\tau+1)$ であり，少なくとも $\hat{Y}(\tau+1) > Y(\tau+1)$ となる期間がその径路において一期間は存在する。短期効率的な動学径路上のある τ 期$(1 \leq \tau \leq T)$に対して，$\tilde{Y}(\tau+1) \geq Y(\tau+1)$ となっている。これは，消費が

$$\tilde{C}(\tau+1) \geq C(\tau+1)$$

であるか，あるいは，投資が

$$\tilde{I}(\tau+1) \geq I(\tau+1)$$

であることを意味する。このとき，経済は，動学径路 P ではなく，次の動学径路 P**

$$\{\tilde{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}_{t=1}^{T} \text{ および } \{\hat{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}_{t=T+1}^{\infty} \tag{P**}$$

に沿って進行することができる。この新しい動学径路 P** では，$t=1$ から $t=T$ までは短期効率的な動学径路，$T+1$ 期以降は消費効率的な動学径路に沿って進行し，短期効率性が保たれる。たとえば，$T+1$ 期に実現する資本ストックが消費効率を保つ資本ストック水準を超えていようとも，資本ストックを無償処分することによって，$T+1$ 期以降に消費効率的な径路に沿って生産を保つことができる。動学径路 P ではなく動学径路 P** が選択されるであろう。この動学径路 P** は，短期効率的な動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ と消費効率的な動学径路 $\hat{\mathrm{P}}$ の混合した動学径路である。

また，動学径路 P** 以外の径路の選択も可能である。はじめの $t=1$ から $t=T$ までは，消費効率的な径路に沿って進み，T 期末の資本ストック水準を動学径路 P での水準以上にする。このことは，$T+1$ 期以降の消費水準あるいは投資水準が動学径路 P における水準以上になることを意味する。このとき，動学径路 P ではなく，T 期までは動学径路$(\mathrm{P}^{\oplus})$

$$\tilde{K}(T) > K(T) \text{ を伴う } \{\tilde{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}_{t=1}^{T} \tag{$\mathrm{P}^{\oplus}$}$$

に沿って進み，$T+1$ 期以降には，$\overline{Y}(t+1) \geq Y(t+1)$ かつ少なくとも任意の $t \geq T$ において $\overline{Y}(t+1) > Y(t+1)$ となる径路$\{\overline{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}_{t=1}^{T}$を進む動学径路を実現することができる。この動学径路は仮定 6 および仮定 7 によって可能になる。終期資本ストックが $T+1$ 期以降の生産に使用されるか，あるいは，直接的に消費されるならば，将来期の産出（消費あるいは投資）を拡大することができる。これは，資本ストックと将来消費の異時点間の代替による。

上の考察から理解されるように，仮定 6 および仮定 7 が成立しないならば，短期効率的な

動学径路は消費効率的な動学径路にはならない。すなわち，終期の資本ストックが将来の生産に使用されない（あるいは将来の消費にならない）ならば，短期効率的な動学径路は，必ずしも，消費効率的な動学径路ではない。たとえば，極単純な例をあげてこのことを解説する。はじめの $t=1$ から $t=T$ までは短期効率的であり，消費が1であり，終期資本ストックが最大にされる短期効率的な径路があるとしよう。この終期資本ストックが将来消費に利用されないならば，将来消費はゼロになるので，はじめの $t=1$ から $t=T$ までの消費水準を1より大きくする径路が消費効率的になる。ゆえに，仮定6が置かれないならば，短期効率的な動学径路は消費効率的な動学径路ではない。

また，仮定7および仮定6が成立しないならば，消費効率的な動学径路は必ずしも短期効率的な径路ではないであろう。このことを例示しよう。消費水準が1の消費効率的な動学径路を想定する。はじめの $t=1$ から $t=T$ までの消費を1にし，終期 T において，資本ストックを最大にする。しかし，その資本ストックを将来の生産に使用できない，あるいは，将来の資本ストックを将来消費にまわせないときには，$T+1$ 期以降において消費水準を1にすることはできない。この例は，消費効率的な動学径路は必ずしも短期効率的な動学径路にはならないことを示している。

従って，仮定6および仮定7が成立しないならば，消費効率的な動学径路は必ずしも短期効率的な動学径路ではない。

第4節　競争径路と効率性

4.1　短期効率性的な動学径路と競争径路

前節において，短期効率的な動学径路が必ずしも消費効率的な動学径路ではないことを指摘したが，短期効率的な動学径路は競争的である。この節では，このことを示してみよう。

いま，動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ は，前節で説明したように，短期効率的な動学径路であるとしよう。あらゆる実行可能な径路は，同じ初期値，すなわち $K(0)=\overline{K}$ および $L(0)=\overline{L}$ から出発するとしよう。前節で示したように，t 期の生産可能性集合を $\{Y(t+1),\ K(t),\ L(t)\}\in T^t$ とする。動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ の資源配分もこの生産可能性集合に属するので，$\{\tilde{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}\in T^t$ となる。動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ は

$$\{\tilde{Y}(t+1),\ K(t),\ L(t)\}_{t=0}^{T}$$

と示される。すべての期間 $t\,(1\leq t\leq T)$ に対して

$$\tilde{Y}(t+1)\geq Y(t+1)$$

であり，少なくとも一期間においては

$$\tilde{Y}(t+1)>Y(t+1)$$

である。

価格ベクトルを $\{p^{*C}_{t+1},\ p^{*I}_{t+1},\ w^*_t,\ q^*_t\}$ とするとき，任意の期間のすべての生産可能性集合ベクトル $\{Y(t+1),\ K(t),\ L(t)\}\in T^t$ に対して

$$p^{*C}_{t+1}\tilde{Y}^C(t+1)+p^{*I}_{t+1}\tilde{Y}^I(t+1)-q^*_tK(t)-w^*_tL(t)$$
$$\geq p^{*C}_{t+1}Y^C(t+1)+p^{*I}_{t+1}Y^I(t+1)-q^*_tK(t)-w^*_tL(t) \qquad (2-9)$$

となる。この不等式は，動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ が短期効率的であることから成立する。というのは，$Y^C(t+1)\leq\tilde{Y}^C(t+1)$ および $Y^I(t+1)\leq\tilde{Y}^I(t+1)$ であるので

$$0\geq p^{*C}_{t+1}(Y^C(t+1)-\tilde{Y}^C(t+1))+p^{*I}_{t+1}(Y^I(t+1)-\tilde{Y}^I(t+1))$$

である。このことは，任意の期間のすべての生産可能性集合ベクトル $\{Y(t+1),K(t),L(t)\}\in T^t$ に対して成立する。ゆえに，短期効率的な動学径路では，価格ベクトル $\{p^{*C}_{t+1},\ p^{*I}_{t+1},\ w^*_t,\ q^*_t\}$ のもとで，利潤最大化が達成される。このことは，短期効率的な動学径路 $\tilde{\mathrm{P}}$ が競争径路であることを意味する。

4.2　消費効率的な動学径路と競争径路

長期では，資本ストック価格が投資財価格に等しくなるであろう。もし資本ストック価格が投資財価格より高いならば，投資財の生産をひかえて，資産として資本ストックの生産が拡大され，資本ストックの価格は低下し，資本ストックの価格が投資財価格に等しくなるであろう。ここでは，資本ストック価格と投資財価格が等しいと仮定する。実際には，フロー価格とストック価格は乖離するのが実態である。

無限期間経済を対象にするときには，生産物を経常価格ではなく，現在割引価格で評価する。競争径路に関連した価格ベクトルの流列を $\{p^{*C}_{t+1},\ p^{*I}_{t+1},\ w^*_t,\ q^*_t\}$ とする。遠い将来の資本ストックの価値をゼロに限りなく近くすることが望ましい。というのは，遠い将来では企業が生産活動を終了すると考えられるので，そのとき正の資本ストックを保有することは不合理であろう。その資本ストックを消費に廻すことによって，消費水準を引き上げることができる。よって，無限期間の動学径路は

$$\lim_{T\to\infty} ap^{*I}_{T+1}K(T+1)=0 \qquad (2-10)$$

を満たす。ここで，$p^{*I}_{t+1}=p^I_{t+1}/R^I_{t+1}$ であり，R^I_{t+1} は投資財生産物の割引因子である。(2−10) 式は，資本ストックの現在割引価値がゼロに収束すること，および，企業が操業を終えるときには，資本ストック価値をゼロにする事業運営が合理的であることを示している。また

$$K(T+1)=K(T)+Y^I(T+1)$$

である。消費財で測った投資財の現在割引価格が有限値であるので，$ap^I_t=p^C_t$ となる関係が成立するであろう。このことを考慮すると，(2−10) 式は

$$\lim_{T\to\infty} p^{*C}_{T+1}K(T+1)=0 \qquad (2-10')$$

と書き換えられる。ここで $p^{*C}_{t+1}=p^C_{t+1}/R^C_{t+1}$，$R^C_{t+1}$ は消費財生産物の割引因子である。

競争径路が（2－10）式で与えられるとき，それに関連した価格で評価された消費の現在割引価値が最大化される。実物資本ストックが有限値かつ消費財価格がゼロに収束するならば，（2－10′）式の関係は満たされる。もしこの価格がゼロでないならば，$T\rightarrow\infty$とするとき，現在割引価格が正値に収束し，$K(T+1)\rightarrow 0$に収束しなければならない。ここで（2－10）式が成立するとき

$$\lim_{T\rightarrow\infty} p^{*I}_{t+1}(Y^{I}(T+1)-Y^{*I}(T+1))=0$$

が成り立つ。ここで投資財の現在割引価格が正であるならば，$(Y^{I}(T+1)-Y^{*I}(T+1))\rightarrow 0$である。よって，（2－10）式あるいは（2－10′）式は

$$0\geq\lim_{T\rightarrow\infty}\sum_{t=1}^{T}p^{*C}_{t+1}(Y^{C}_{t+1}(t+1)-Y^{*C}_{t+1}(t+1)) \qquad (2-11)$$

となることを意味する[1]。これは競争径路が消費効率的であることを示している。もし動学径路上のある期において$Y^{C}(t+1)>Y^{*C}(t+1)$の関係が成立するならば，競争径路は消費効率的ではない。

4.3　異時点間の限界変形率と動学均衡径路

異時点間での資源配分の効率性条件は異時点間の限界変形率によって示される。いま，2時点を取りあげ，現在期（t期）に消費を抑え，将来（$t+1$期）消費を増加させるとしよう。t期の消費減少を$-\Delta Y^{C}(t)$とし，$t+1$期の消費増加を$\Delta Y^{C}(t+1)$とする。異時点間での資源配分の効率性条件は，現在期（t期）において，消費を減少させ，資源を投資財生産に向け投資を増加させ，t期末の資本ストックを増加させ，将来（$t+1$期）消費を増加させることによって得られる。この二期間の消費の間に

$$-\Delta Y^{C}(t+1)=\Delta Y^{C}(t)\frac{\partial}{\partial K(t)}F_{t}(Y^{I}(t+1),\ K(t)+\Delta Y^{I}(t+1),\ L(t))$$

の関係が成立する。ここで，純投資$\Delta Y^{I}(t+1)$がゼロに充分近似されるならば，これは

$$-\Delta Y^{C}(t+1)=\Delta Y^{C}(t)\frac{\partial}{\partial K(t)}F_{t}(Y^{I}(t),\ K(t),\ L(t))$$

と変形される。ここで資本の限界生産力が1＋利子率と表されるとき

$$\partial F(t)(Y^{I}(t),\ K(t),\ L(t))/\partial K(t)=1+r(t)$$

の関係が得られ，資本ストックの純限界生産力は利子率に等しい。この関係を上の関係式に

[1] 有限期間の終期資本ストックの価値は，ある一定値あるいは可変値として与えられる。もし一定値として与えられるならば，それは定数であるので，この値を満たすように計画を立案する必要がある。もし可変値であるならば，期末において満たされる効率性条件に相当する条件を与える必要がある。この条件は横断条件として知られている。無限期間についても横断条件が必要になる。ここでは横断条件の経済的意味について示す。この条件の詳細な説明は，たとえば，イントリゲータ［1971］を参考にせよ。

代入すると

$$-\Delta Y^{c}(t+1)=\Delta Y^{c}(t)(1+r(t))$$

が得られる。これは

$$-\frac{\Delta Y^{c}(t+1)}{\Delta Y^{c}(t)}=1+r(t) \tag{2−12}$$

を意味する。この左辺は現在期の消費と将来期の消費との限界変形率を表しているので，（１＋利子率）が現在期と将来期の消費との限界変形率に等しい。

t 期の消費財価格を p_t^c，$t+1$ 期の消費財価格を p_{t+1}^c とするとき，t 期の消費財の $t+1$ 期の消費財で測った相対価格は p_t^c/p_{t+1}^c となる。利潤最大化を達成するときには，動学的な効率性条件

$$-\frac{\Delta Y^{c}(t+1)}{\Delta Y^{c}(t)}=\frac{p_t^c}{p_{t+1}^c} \tag{2−13}$$

が満たされる。これは，生産物の異時点間の限界代替率が異時点間の価格比（相対価格）に等しいことを示している。この（2−13）式は

$$-\frac{\Delta Y^{c}(t+1)}{\Delta Y^{c}(t)}=\frac{p_t^c}{p_{t+1}^c}=1+r(t) \tag{2−13′}$$

と変形される。この条件と（1−7）式で示した次の条件

$$-\frac{dY^{c}(t)}{dY(t)}=\frac{\partial}{\partial K_C(t)}F^{c}(K_C(t),\ L_C(t))\Big/\frac{\partial}{\partial K_I(t)}F_t^{I}(K_I(t),\ L_I(t))=\frac{p_t^I}{p_t^C} \tag{1−7 a}$$

$$-\frac{dY^{c}(t)}{dY^{I}(t)}=\frac{\partial}{\partial L_C(t)}F_t^{c}(K_C(t),\ L_C(t))\Big/\frac{\partial}{\partial L_I(t)}F_t^{I}(K_I(t),\ L_I(t))=\frac{p_t^I}{p_t^C} \tag{1−7 b}$$

が成立し，かつ，所与の生産物価格の下で生産要素が部門間に効率的に配分され，生産要素価格(w_t，q_t)を決める条件

$$\begin{aligned}\frac{w_t}{q_t}&=\frac{\partial}{\partial L_C(t)}F_t^{c}(K_C(t),\ L_C(t))\Big/\frac{\partial}{\partial K_C(t)}F_t^{c}(K_C(t),\ L_C(t))\\&=\frac{\partial}{\partial L_I(t)}F_t^{I}(K_I(t),\ L_I(t))\Big/\frac{\partial}{\partial K_I(t)}F_t^{I}(K_I(t),\ L_I(t))\end{aligned} \tag{2−14}$$

が成立するとき，２つの異時点間での生産における競争均衡が達成される。

むすびにかえて

本稿では，動学経済における資源配分の効率性条件と静学経済における効率性条件との類

似性を前提に，動学経済における資源配分の効率性とその条件を考察した。本稿では，『価値と資本』のヒックスやマランボー［1961］［1972］の見解を取り入れ，動学経済を期間の継起として捉え，動学分析を示した。

実行可能な動学径路から競争的な動学径路が選択され，その径路が効率性条件を満たし，短期効率的な動学径路が動学競争径路であることを確認した。また，動学経済において，短期効率的な径路および消費効率的な径路の定義を明示し，短期効率的な動学径路が必ずしも長期（消費）効率的な動学径路にならないことを示した。短期効率的な径路が消費効率的な径路であるためには，本稿で示したように終期資本ストックに関する仮定6と，異時点間の代替性に関する仮定7が必要であることを確認した。

最後に，無限期間分析において，短期効率的な動学径路が消費効率的な径路であるならば，動学競争径路において無限期間先の資本ストックの現在割引価値がゼロになること，すなわち，動学分析において仮定される横断条件の経済的意味について説明した[2]。

【参考文献】

Barro. J. B. and Sala-i-Martin,X., (2004), *Economic Growth*, (2nd edition) Cambridge, The MIT Press.

Burmeister, E. (1980), *Capital Theory and Dynamics*, Cambridge, Cambridge University Press.

Cass, David, (1966), "Optimum Growth in a Aggregative Model of Capital Accumulation: A Turnpike Theorem", *Econometrica* 34: 833-850.

Cass, David, (1965), "Optimum Growth in a Aggregative Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies* 32: 233-240.

Hicks, J. R. (1959), "A 'Value and Capital' Growth", *Review Economic Studies* 26: 159-173

Hicks, J. R., (1965), *Capital and Growth*, Oxford, The Clarendon Press.

Hicks, J. R., (1973), *Capital and Time: A Neo-Austrian Theory*, Oxford, The Clarendon Press.

Intriligator, M. D. (1971), *Mathematical Optimization and Economic Theory*, London, PRENTICE-HALL

Kelley, J. (1969), "Lancaster s. v. Samuelson on the Shape of the Neo-classical Transformation Surface", *Journal of Economic Theory* 1: 347-351.

Koopmans, T. C. (1957), *Three Essays on the State of Economic Science,* New York, McGRAW-HILL.

Kurz. M. (1968), "The General Instability of a Class of Competitive Growth Processes", *Review of Economic Studies* 35: 155-174.

Malinvaud, E. (1961), "The Analogy between Atemporal and Intertemmporal Theories of Resource Allocation", *Review Economic Studies* 28: 143-160.

Malinvaud, E. (1972), *Lectures on Microeconomic Theory*, Amsterdam, North-Holland.

Samuelson, P. A. (1951), "Abstract of a theorem concerning Substitution in Open Leontief Model", In *Activity Analysis of Production and Allocation*, ed. by T. C. Koopmans. Wily, New York.

Samuelson, P. A. (1962), "Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review Economic Studies* 29: 193-206.

[2] 横断条件については多くの動学分析を扱うテキストにて紹介されている。たとえば，Pierre, N. V. TU, *Introductory Optimization Dynamics*, (Springer-Verlag)の第3章を参考にせよ。

Turnovsky, S. J. (1995), *Methods of Macroeconomic Dynamics*, Cambridge, The MIT Press.

（くぼた　よしひろ　マクロ経済学，金融論専攻）

(2006 年 12 月 1 日受理)