

原子核に対する逆伝搬パーセプトロンの試み

田中 一

Back Propagation Perceptron is tentatively applied to judgement of the stability of nuclei. Perceptron consists of three layers of input, reaction and output as usual. Input data are binary numbers of sixteen figures which represent the proton number and the neutron one. A mother assembly is given with three parameters of the smallest, and the largest proton numbers of the nuclei, and the smallest distance between two neutron numbers, one of which is an arbitrary nucleus and the other is in the most stable one which has the same proton number. We have two kinds of the teacher nuclei, the stable and the radiative nuclei which are randomly selected from the mother assembly. The numbers of the teacher nuclei are given so as to be proportional to each number in the mother assembly.

The learning process of the back propagation perceptron is repeated many times in the various cases in order to the parameter dependence, the scale effect of the reaction layer and the efficiency of initial values of weight. Their numerical values are given so that the learning processes are meaningful and rapid. Finally, the prediction of the stability of the other nuclei is discussed with several resultants.

1. 序 論

よく知られているように、ニューラルネットワークの典型的な例である逆伝搬パーセプトロン（以下 BPP という。）が数多くの分野で用いられ⁽¹⁾、目覚ましい結果を生んでいる。その理由は、このシステムが記号列の親近性を表現する機能をシステムに固有なものとして有しているからであろう。反面、BPP は数値的な結果を論理的に導くことには必ずしも適していないように思われる。物理学の多くの問題はこの種のものである。いまのところ、物理学の分野では BPP は用いられていない。その理由はここにあるように思われる。

最近になって、この方法が原子核分野の新しい現象論の可能性を開くのではないかという指摘がなされている。⁽²⁾

しかしながら、物理現象の研究過程を物理研究過程という一つの事象と見れば、この事象は、物理学の研究対象と物理学者という異質な二つの要素からなる情報過程であって、数値的で論理的な情報過程は、この情報過程全体の部分的なものに過ぎない。例えば、多くの事実から異なるものを取り出し、これに注目することは、研究過程の中でしばしば必要とされ、また実際に行なっている知的作業であるが、多くの場合、数値的論理的結論として導くことはせず、直感的選択によることが多い。もっとも、このようにして得られた

結果も、その結果がつねに事実に基づいて検証され、また論理的に数学的に根拠付けられていることはいまさらいうまでもない。

さて、よく知られているように、物理現象の研究過程という事象には、現在からあまり遠くない過去に、大きな変動が生じた。それは、数値計算が手計算からアルゴリズムに基づく機械的処理に移ったことである。このことが示すように、物理研究過程もまた、あらたな研究手段の出現とともに構造変化を伴うものであって、とくに物理学の研究に固有なことではなく、すべての科学研究に伴うものであるが、物理学の場合、その変化が著しいということができよう。

さて逆伝搬パーセプトロンのアルゴリズムは比較的容易に数値処理言語で表現することができる。したがって、その出現もせいぜいパターン認識に有効なアルゴリズムの新工夫を超えないもののように見える。現在では確かにそうであろう。しかしながら、ニューラル素子が広く実用に供されるようになると、事態は飛躍的に変化するように思われる。まず第1に、パターンの入力情報の処理が逐次的でなく、パターンのままで進行するようになる。現在では、パターンの情報が線形のビット列として入力され、その処理はビット列の一端から逐次的に行なわれる。ニューロ素子の導入は、パターンの各要素を同時並行的に処理することを可能にする。すなわち、パターンをその姿のまま処理することになる。このとき同時にパターン処理に非線形性が現れる。すなわち、二つのパターンを入力した結果は、個々のパターンの出力の重ね合わせではなくなる。単一の記号入力からパターン入力への移行およびパターン処理の非線形性という二つの特徴は、情報の機械的処理可能な領域を飛躍的に拡大することであろう。

このような事態を見れば、物理学の分野においても、現有のニューラルネットワークを用いて意味ある結果を導く例を重ねておく

とは、十分意義あることであろう。以上のような視点にたつて、その最初の試みとして、原子核が安定か放射性かを BPP に学習させることが可能か否か、また、学習後、他の原子核の安定性と放射性とをどの程度予測することができるか否かを見ることにする。

この場合注意すべきことがある。それは、陽子数と中性子数とで同定される原子核を図表化したものがただ1種類しか存在しないことである。よく作成される図表は、縦軸に陽子数 Z をとり横軸に中性子数 N をとって、各原子核の特徴すなわち安定か放射性かなどを色分けして示したものである。このような図表は一種のパターンを示すが、 Z と N とで原子核が一義的に同定される以上ただ1種類しか存在しない。したがって、同種のパターンの学習により他の同種のパターンの特徴を予測するという通常の BPP の手法をとることができない。ここでは、 Z と N の個々の組をそれぞれ独立のパターンとして扱う。すなわち、教師情報として陽子数 Z と中性子数 N の組を用いたとき、学習可能か否か、またこのようにして学習した BPP がどの程度他の原子核の安定性と放射性を予測することができるかをみることにする。

第2節では、通常の逆伝搬パーセプトロンの数式表現を示す。第3節では、重みの初期値および入出力情報とくに教師情報について述べる。第4節では、学習過程がパラメータの値によってどのように変化するかを調べ、最後に、第5節で予測の結果と二三の考察および結論を述べる。

2. 逆伝搬パーセプトロン

ここで用いる BPP は3層のユニットからなる通常のものである。⁽³⁾ 層の番号を k 、また各ユニットを添字 p, q, r 等で区別する。各ユニットへの入力を i 、出力を o とすれば、

$$i_p^k = \sum_q \omega^{k-1}_{p^k q} o^{k-1}_q \quad (1)$$

$$o_p^k = f(i_p^k) \quad (2)$$

ここで $f(x)$ は

$$f(x) = 1/(1 + \exp(-x)) \quad (3)$$

で与えられる関数, また $\omega^{k-1}_{p^k q}$ は $k-1$ 層のユニット p から k 層のユニット q への入力情報にかかる重みである. また, k 層のユニットの入力情報に対する閾値 E^k を考慮するためには, 入力情報 i_p^k を

$$i_p^k = \sum_q \omega^{k-1}_{p^k q} o^{k-1}_q - E^k \quad (4)$$

に置き換えればよい. よく行なわれるように, ここでも E^k を ω^k_0 とみなし, k 層に 0 番目のユニットを仮定し, 情報として常に 1 を送って ω^k_0 を学習させることにする.

情報 x が送信されたとしたとき情報 y を受信する確率 $P(y, x)$ を情報 x の送信確率 $P(x)$ で割ったものを $P(y | x)$ とする. さて, 損失関数 $r(y', y)$ に対し $y' = z(\omega, x)$ を用いた損失

$$R = \iint r(z(x), y) P(y | x) dy P(x) dx$$

をできるだけ小さくするためには, α を充分小さな正数, C を正値行列として

$$\Delta \omega^{k-1}_{p^k q} = -\alpha C \nabla r(z(\omega, x), y) \quad (5)$$

とすればよい. ここで k は 2 または 3 で, ∇ は $\omega^{k-1}_{p^k q}$ に関する偏微分である.

1 個の教師核の情報を x_p またそのときの教師情報を y_q とし, このときの損失関数を

$$R = \sum_q (o^m_q(\omega^{k-1}_{p^k q}, x_p) - y_q)^2 \quad (6)$$

ととれば(5)と(6)とから⁽³⁾

$$\Delta \omega^{k-1}_{p^k q} = -\alpha d^k_q o^{k-1}_p \quad (7)$$

ここで d はよく知られているとおり, $k=3$ の出力層に対しては

$$d^3_q = 2(o^3_q - y_q) f'(i^3_q) \quad (8)$$

また $k=2$ の反応層に対しては, 出力層の d を用いて

$$d^a_q = (\sum_r \omega^k_{q^{k+1} r} d^{k+1}_r) f'(i^k_q) \quad (9)$$

で与えられる.

式(7)の左辺の α を結合常数という. 式(5)の $\Delta \omega^{k-1}_{p^k q}$ が常に R を減少させるということは, 結合常数 α が無限に小さいときの極限において成り立つことであろう. したがって, 減少が現実に見い出されるのは, 学習のサイクルを無限回繰り返したときである. 実際の場合では, これと同様の結果が, 結合常数 α のある値に対して有限回数 of 学習サイクルで得られるものと期待している. このような理由で, 結合常数 α の値を一義的に与えることはできない. この場合, できるだけ少ない学習サイクルで意味ある結果を得ることができると結合常数 α の値は, BPP の構造によるのは勿論のこと, 入力情報にもよると考えるべきであり, 実際上は, 結合常数 α をパラメータの一つとして扱わねばならない.

また, この報告ではほとんど用いながったが, 式(7)の右辺に 1 サイクル前の左辺の値に適当な比重を乗じたものを加えてもよい. 多元一次方程式を代入法で解くときよく用いられる relaxation method に対応するものであって,

$$\begin{aligned} \Delta \omega^{k-1}_{p^k q}(t+1) \\ = -\alpha d^k_q o^{k-1}_p + \lambda \Delta \omega^{k-1}_{p^k q}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

で与えられる.

以上の諸式を用いれば, 入力情報を o^1_p に入力し, 教師原子核情報 y_q を与えることにより, 重み $\omega^{k-1}_{p^k q}$ の値を逐次求めていくことができる. すなわち, まず $\omega^1_{p^2 q}$ および $\omega^2_{p^3 q}$ の初期値を以下の章で述べる方法で与え, 式(4)を繰り返し用いると, 出力層の出力 o^3_q を求めることができる. 教師原子核情報 y_q を用

いて式(8)と式(9)とから d^3_q および d^2_q を計算すると式(7)から $\omega^{k-1}_p k_q$ の変分量が得られる。これを繰り返し、すなわち学習を繰り返して、教師原子核情報 y_q に近い出力層の出力 o^3_q が得られたときには、望ましい重みが得られたときであり、教師原子核以外の原子核に対する予測を行なう。重みの学習程度をみるため、式(6)の誤差関数を学習に用いる教師原子核の全てを加えたものか、これを教師原子核数の2倍で除してその平方根をとった標準偏差値を用いる。厳密に言えば、重み ω は教師原子核の入力毎に学習による変化をうけているため、各教師原子核の誤差関数値を加えることは意味がないようであるが、学習が繰り返されて誤差関数の変化がなだらかになったときには、教師原子核全体の学習傾向を表わすものと見なしてよいであろう。

3. 学習の準備

3.1 教師核

よく知られているように、原子核を同定するには、その陽子数と中性子数とを与えればよい。原子核はその最も低いエネルギー状態が安定か否かによって、安定核と放射性核とに大別される。BrookhavenのNational Nuclear Data Centerから1990年6月に出版されたNUCLEAR WALLET CARD⁽⁴⁾には、陽子数が0個から106個までの、総数で2,469個の原子核が記載されている。そのうち、安定核は233個、中性子1個の場合を除けば、放射性核は2,235個であって、両者の個数は著しく異なる。この論文では、陽子数が1個から101個までの総数2,375個、うち安定核は233個、放射性核は2,142個を取り上げ、これを全原子核とみなすことにした。

後に示すように、教師安定核と教師放射性核との数が著しく異なった場合、学習後のシステムの予測は多い方の側に片寄ってしまう。一方、教師核はそれぞれの母集団からラ

ンダムに選択できるようになっていることが望ましい。このような理由で、安定核と放射性核数を調節し得る母集団を作りそこから教師核を取り出すことにした。

これら二つの母集団を一つの原子核の集団とみなしたとき、その集団が物理的に意味を持つことが望ましい。このような条件を満足させるものとして、次の方法をとった。

1. Z_{\min} と Z_{\max} とを与え、原子核の陽子数がこの範囲にある核を選ぶ。
2. 上の条件を満たす任意の Z を持つ最も安定な原子核の中性子数を $n_{\text{most,st}}$ としたとき、中性子数が、 $n_{\text{most,st}}$ から距離 D_n 以内にある核を母集団に加えない。

教師核を選択するには、まず安定核数を与えて、つぎに母集団中の安定核数と放射性核数の比を整数化し、この比を安定核数に乗じて放射性核数を求める。個々の教師核は母集団の中から乱数でこれらの数だけ撰ぶ。乱数をあらかじめ空発生させるといろいろな選び方ができる。空発生数をNRAN 1で与える。ここでは多くの場合、1に取っている。 D_n は0から8程度の大きさにとる。同位核数が Z によって異なるので、 D_n を Z ごとに選ぶべきであるが、 Z_{\min} と Z_{\max} とが大きく異なる限り、一定値を用いても差し支えないであろう。

3.2 入出力データと重みの初期値

入力層のユニット数は16である。入力原子核ごとに行なう。各原子核は陽子数と中性子数とをそれぞれ2進法8桁で表現し、合わせて16桁のビット列を入力情報とする。

出力層のユニット数は2で、それぞれ出力情報が1, 0および0, 1が安定核および放射性核に対応する。

学習に際しては、安定核と放射性核の教師情報を交互に入力する。放射性教師核数が安定教師核数の p 倍であれば、放射性教師核の学習が一巡する間に安定性教師核の学習は p

回繰り返されることになる。

重みの初期値は乱数で与える。乱数はFBASICのルーティン *rnd* を用いる。この場合、0から1の範囲の乱数を-1から1の範囲に変換する。色々な初期値の採り方の効果を調べることが必要であるので、教師核を選ぶときと同じように、重みの初期値を与えるとき、あらかじめ与えた数だけ乱数を空発生させる。後に示す *NRAN2* は空発生の個数で、このとき重みとして乱数のルーチンから発生する *NRAN2*+1番目からの乱数を用いることになる。*NRAN2* の選び方には基準がないので、任意に選んでいる。

4. パラメータの考察

4.1 使用パラメータ

このシステムで用いたパラメータは、反応層のユニット数、式(7)の結合定数 α および重み ω の初期値である。

これらのパラメータのいろいろな値に対して学習結果を求め、その効果を見ることにした。いうまでもないが、求めた実際の学習結果の実例数を多く求めることはあまり簡単ではない。しかも、BPPではパラメータの効果に関する理論的考察を行なうことが容易ではない。したがって、以下の述べる各種パラメータ値の効果は、幾つかの数値結果に基づく推測に留まっている。

4.2 結果図と予測率

最初に、本報告に所載の典型的な図について説明しておく。図1 aは1組のパラメータの値に対して、出力層のユニットの出力値 u_1 および u_2 を学習回数に対して各教師核ごとに図示したものである。空色の実線および赤色の破線は、それぞれユニット u_1 および u_2 の値を示す。図中の上の図は教師安定核を、また同じく下の図は教師放射性核の場合である。パラメータの値と付随する量が図の上部

に記されている。const は式(7)の結合定数 α を、*NRD2* は反応層のユニット数を、*sample* は母集団の標本数を示す。陽子数 Z に範囲を狭くかつ D_n を比較的大きくとしているので、母集団の標本数が小さくなっている。

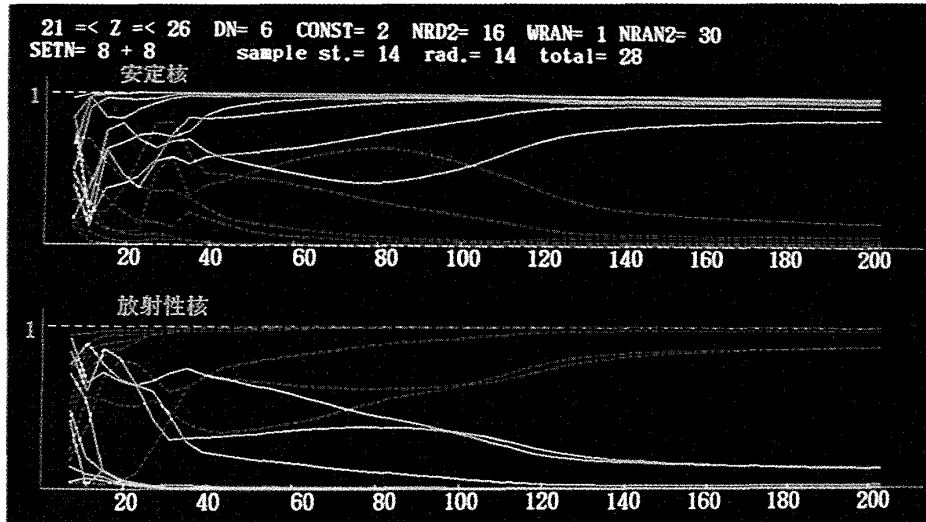
SETN=8+8は教師核の数で、安定核と放射性核がいずれも8個であることを示す。*WRAN* は重みに掛ける因子であるがここでは常に1をとっている。

図1 aの横軸の下の数字は学習回数である。図には示されていないが、全回数の10分の1回毎に式(6)の誤差関数の値およびこの値から求めた標準偏差値が印字されている。

図1 aの教師原子核に対する折れ線は単純増加あるいは減少傾向を示していない。このことは誤差関数が単純減少関数であるということと矛盾しているようにみえる。これは、図1 aが出力層のユニット値 u_1 および u_2 を直接示しているのに対して、誤差関数では教師原子核情報との差の自乗の和をとっていることと、誤差関数の減少が結合定数 α の小さいときに成り立つことによるものであろう。誤差関数の変化が小さくなれば、有限の大きさの結合定数 α に対しても、出力層ユニット値の変化の単純性と誤差関数の単純減少とが現れるのではないかと思われる。

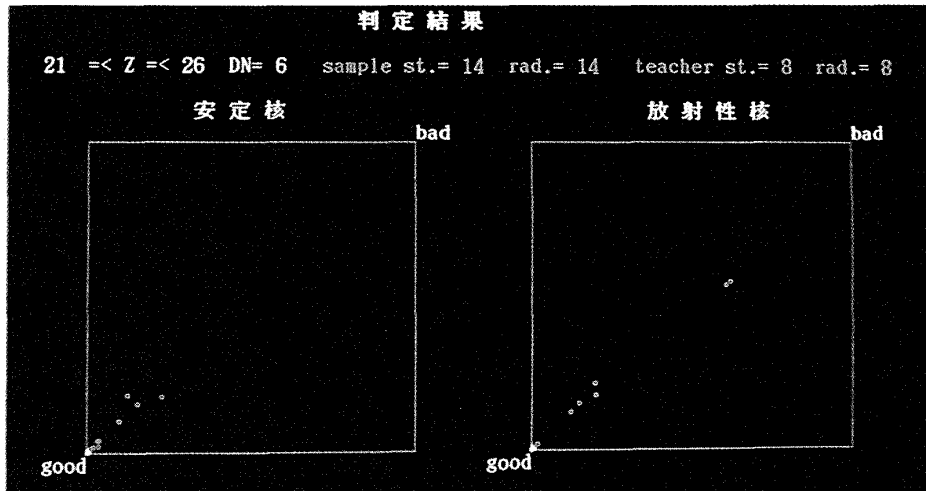
教師安定核に対しては空色の線が縦座標が1の直線に近付くとともに、赤色の線が縦座標の0の線に近付くのが学習結果のよい状態であり、教師放射性核の場合には逆の状態のときよい学習ということが出来る。図1 aはとくに複雑な振る舞いをしているケースである。学習回数が100を超して漸く学習効果が現れる。これを標準偏差値で見れば、学習が100回するときには0.179で、200回になると0.0610となる。

図1 bの各小円は、各教師原子核に対する出力層の出力値を示す。二つの正方形の枠の左下の頂点を座標軸の原点、横の辺を横軸、縦の辺を縦軸にとり、安定核に対しては、点



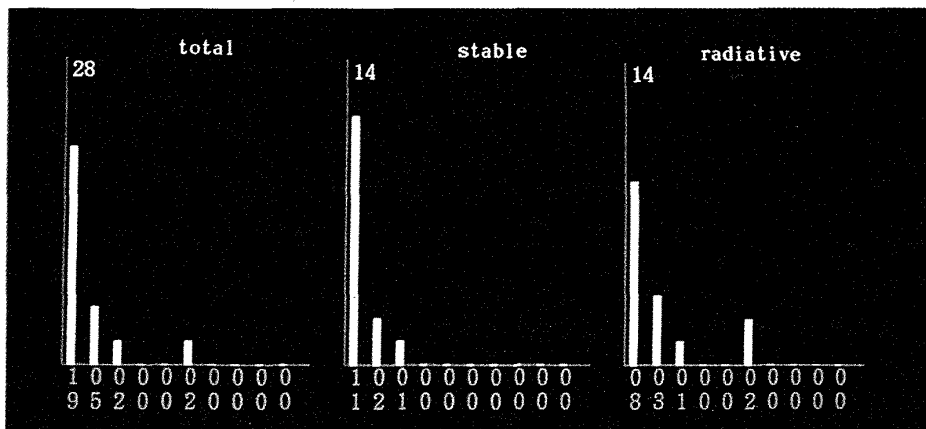
a 学習過程

実線は出力層ユニット u_1 の、また破線は同じく u_2 の学習回数に対する変化を示す。上の図は各教師安定核の、また下の図は、各教師放射性核の学習による学習経過を示す。



b 出力層ユニットの出力値

母集団に属する原子核の陽子数と中性子数を学習済みのシステムに入力した結果。安定核のとき点 $(1-u_1, u_2)$ を、また放射性核のときには点 $(u_1, 1-u_2)$ をプロットする。



c 母集団の原子核に対する判定結果の分布

母集団に属する原子核の陽子数と中性子数を学習後の系に入力した結果を示す。安定核のときには、点 $\sqrt{(1-u_1)^2 + u_2^2}$ を、また放射性核のときには点 $\sqrt{u_1^2 + (1-u_2)^2}$ を 0.1 刻みで整数化し同一の値を持つ標本の個数を棒グラフにしたもの。

この分布を見れば、判定の程度を定量的に知ることができる。

図1 典型例

$(1-u_1, u_2)$ を、また放射性核に対しては点 $(u_1, 1-u_2)$ を中心とする小円を描く。教師安定核と教師放射性核のいずれの場合でも、予測が正しい場合には、各座標面の原点の近くに、また正しくないときには同じく各座標面の右上の頂点近くに描かれる。この図を見れば、予測の程度を視覚的に捉えることができる。

図 1 c は、予測の分布を図 1 b の各小円の中心と原点との距離 r の分布として表わしたものである。すなわち、図 1 b の正方形の対角線を 10 等分し、それぞれの領域に入る標本核の数を棒グラフにしたものである。横軸の下の数字は、該当する標本数を示す。言い換えれば、10 等分した対角線の長さを l としたときの r/l の整数部分の分布である。この整数部分をかりに予測量と呼ぶことにする。左方よった棒グラフが高く立っているほど予測の結果は良好である。

図 1 c を用いて予測率を求め、予測の結果を考察することにする。ここで予測率とは、図 1 c から教師情報の寄与を除いた予測量の平均値を 10 で除して 1 から引いたもので、この場合、それぞれ予測量毎の標本数を重みとして用いている。実際はこの平均値に 0.05 を加える。それは予測量に 1 の幅があるからである。予測率の定義から分かるように、その値が 1 に近ければよい予測、0 に近ければ逆の予測であり、0.5 の近傍の値であれば、予測としての意味を持たない場合である。

図 1 c では安定核に対する予測率は 0.95、また放射性核に対しては 0.84 であってかなりよい。

パラメータの値の色々な組み合わせに応じて全部で 200 ケース以上の結果を得た。そこから得られた結果のうちの幾つかを次にまとめることにする。

4.3 パラメータの選択

よく知られているように、式(5)で与えられる重み ω の変分は、誤差関数を常に減少させ

ていくが、必ずしも誤差関数値が零に近づく保証を与えているのではない。後に述べるように、教師情報から重み ω を決めることができる。この場合の教師情報として原子核の安定性と放射性とを逆に与えれば、この重み ω の組に接近していく ω の多次元空間の道筋は、確かに誤差関数の最小地点にではなく極小値点に近付いていく。 ω の初期値が異なれば、一般には異なる極小値点に近付くと考えておかねばならない。また、最後には同じ極小値点に近づく ω の組の経路も、決して同一ではない。 ω 以外のパラメータの値が同じ場合、 ω の初期値が異なれば、学習経過がどのように異なるかを見てみよう。 ω の初期値を変えるには、NRAN2 の値を変えればよい。

図 2 は、パラメータのうち NRAN2 のみを変え、図 1 と同じ回数学習させたものである。両者は互いに著しく異なっている。図 1 のときは異なり、学習が速やかに行なわれている。100 回目ときの標準偏差値は 0.0372 で、同じく 200 回目では、0.0267 である。一般に ω の初期値が異なれば決して同一の学習経過を示さない。よく似た場合もあれば著しく異なることもある。しかしながら、図 1 が示すように、学習回数を多くすると、最終的な学習結果はよく似てくることが多い。この意味で、最終の学習結果は ω の初期値の組にあまりよらないことが多いといえることができる。

ときどき、教師安定核に対して出力層のユニットへの出力値 u_1 および u_2 が 0, 1 に近い場合、あるいは、教師放射性核に対しては 1, 0 に近い値のことがある。これを逆の学習結果と呼ぶことにする。このときには該当する教師核を全く逆に学習している。この傾向が学習回数を幾ら多くしても変わらないとすれば、 ω 空間に極小値点が存在することを示すものといえよう。もっとも、現実の学習回数は有限であるので、非常に多数回の学習を重ねた後、逆の学習が正常に変わる可能性

21 = < Z = < 26 DN = 6 CONST = 2 NRD 2 = 16 WRAN = 1 NRD 2 = 130
 SETN = 8 + 8 sample st. = 14 rad. = 14 total = 28

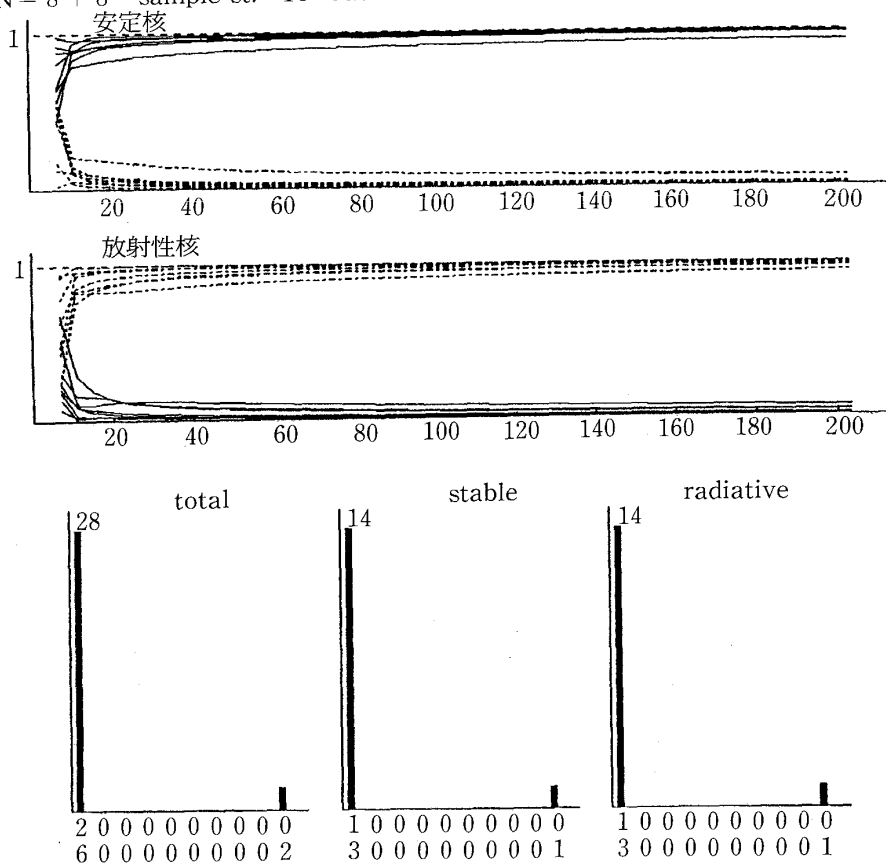


図2 異なる重み NRD2 の初期値に対する学習過程

を否定することはできないが、一般には ω 空間には極小値点が多数あると考えるべきである。このような見地に立てば、 ω の初期値はいずれも ω 空間の異なる極小値点にそれぞれ連続的に続く経路上にあると考えられるので、学習結果を示す標準偏差値が同一の値に近づく保証はない。

第3章でも述べたように、結合常数 α の値の決定は、試行錯誤的手法によらなければならない。表1は、結合常数 α の値を0.5から3まで0.5刻みで変えたときの標準偏差を比べたものである。この表を見れば分かるように、結合常数 α の値は大きい程よいように見える。ここでは2.0を用いている。結合常数

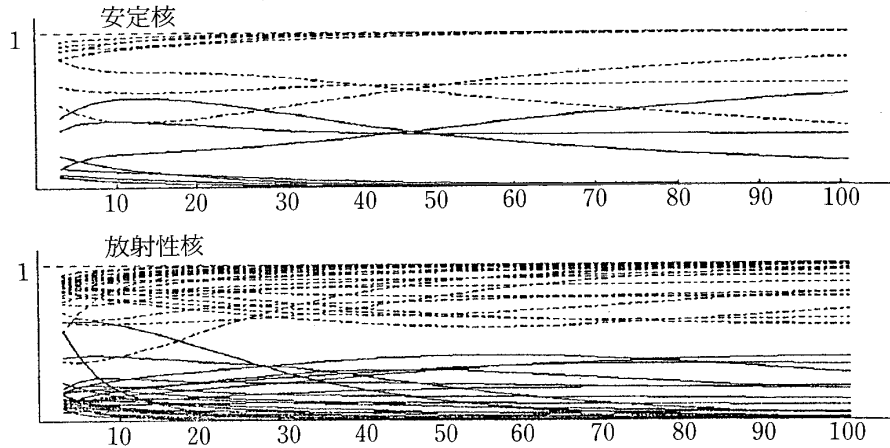
α の値があまり大きいと学習過程の初期が安定性を欠き、よい ω の選択に問題が残るからである。2という結合常数 α の値が学習過程を速やかにすることは、ここで取り上げている例と全く異なる学習過程、例えば図7の論理積にもいえることのようなのである。

つぎに、反応層のユニット数について述べる。この層のユニット数は多すぎてもまた少なすぎても適当でない。図3 a と b は反応層のユニット数がそれぞれ4と24で、その他のパラメータは同じ値を用いたときの学習過程である。これらの学習過程は、ユニット数が小さすぎるときが学習の進行が遅く、また大きすぎると学習過程の初期の振る舞いがきわ

表1 結合常数 α と標準偏差値

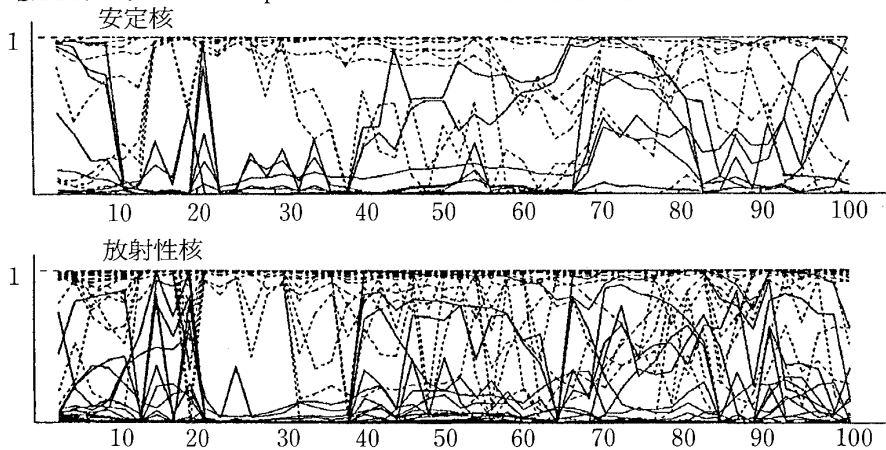
結合常数 α	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
標準偏差	0.394	0.243	0.376	0.225	0.196	0.166

9 < Z < 30 DN=3 CONST=2 NRD2=4 WRAN=1 NRAN2=30
 SETN=8+29 sample st.=53 rad.=198 total=251



a ユニット数が4

9 < Z < 30 DN=3 CONST=2 NRD2=24 WRAN=1 NRAN2=30
 SETN=8+29 sample st.=53 rad.=198 total=251



b ユニット数が24

図3 反応層のユニット数の異なる場合の比較
 反応層のユニット数は、各図の上部に示すNRD2の値で示されている。

めて輻輳することを示している。経験的には教師核数の2分の1から教師核数まで程度が適当と思われる。

5. 学習過程と予測の結果

前章で述べた逆の学習結果が現れると、学習回数を多くしても学習の効果が上がらない。しかしながら、このようなときにも、重み ω の取り方を変えることにより、学習効果のよい値を選ぶことができる。

すなわちまず学習回数が30回か40回程度で逆の学習結果が現れていないかどうかを調

べる。これが現れていなければそのまま学習を続行し、現れておればNRAN2の値を変えることによって重み ω の初期値を変更し、再び学習を開始する。標準偏差値が与えられた値以下であるという条件を設けておけば、自動的に学習が終了する。 ω 空間に極小値点が多数ある可能性があって誤差関数の極小値が値0の付近に密集していることもあり得るので、標準偏差値の上限として任意の値を与えることができるか否かきわめて疑問であるが、今取り上げている原子核の安定性の学習実例をみれば、0.1程度の値を与えることは無理なことではない。この意味で、原子核の

安定性と放射性の区別を逆伝搬パーセプトロンに学習させることは可能なことであるということが出来る。

つぎに、学習後の予測について論ずることにする。

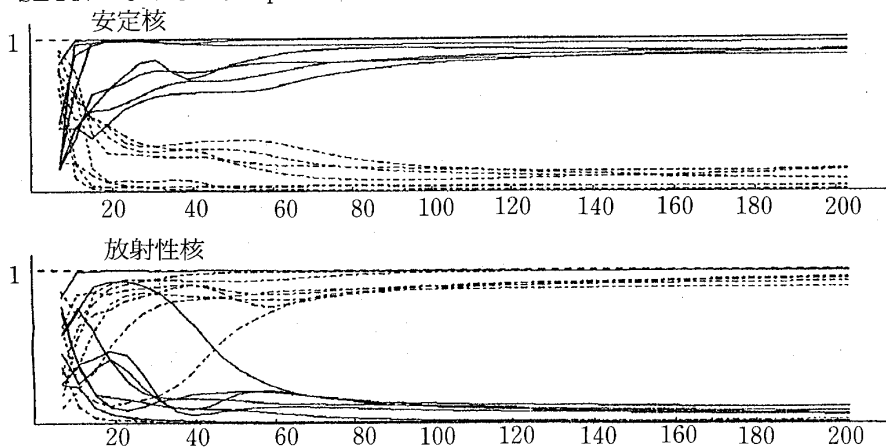
すでに述べたように、図1 bと図1 cとは、図1 aの学習の結果得られた重みを用いて他の原子核の安定性と放射性とを予測した結果を示すものである。この場合は、母集団中の安定核と放射性核の数が等しく、予測と実際とはかなり一致している。

これに対して、図4は母集団中の放射性核数が安定核に対して多い場合の予測の結果である。放射性核に対する予測は比較的よいが、安定核に対してはよくない。教師放射核の数

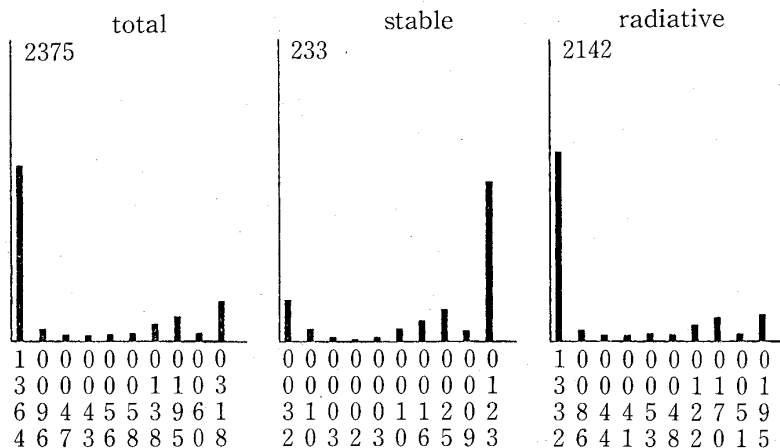
が教師安定核に比し多く、このため学習した重みの値は、放射性核に傾斜しているのではないかと思われる。第4章第2節で述べたように、教師安定核の学習は繰り返しているのので、総学習回数としては両者が同じであるが、同一の教師核による反復学習と異なる教師核による学習とは学習効果が異なるのであろう。以上のことから、母集団と教師核とのいずれにおいても安定核と放射性核が同数であれば、予測はわりあいよいが、教師核が一方に片寄れば予測も片寄ってしまう。

図5と図6は全原子核にたいする予測を示したものである。図5は教師安定核数と教師放射性核数とを等しくした場合であり、図6は、それぞれの教師原子核数を、母集団であ

1 =<Z=<101 DN=0 CONST=2 NRD2=16 WRAN=1 NRAN 2=930
SETN= 8 + 8 sample st.=233 rad.=2142 total=2375

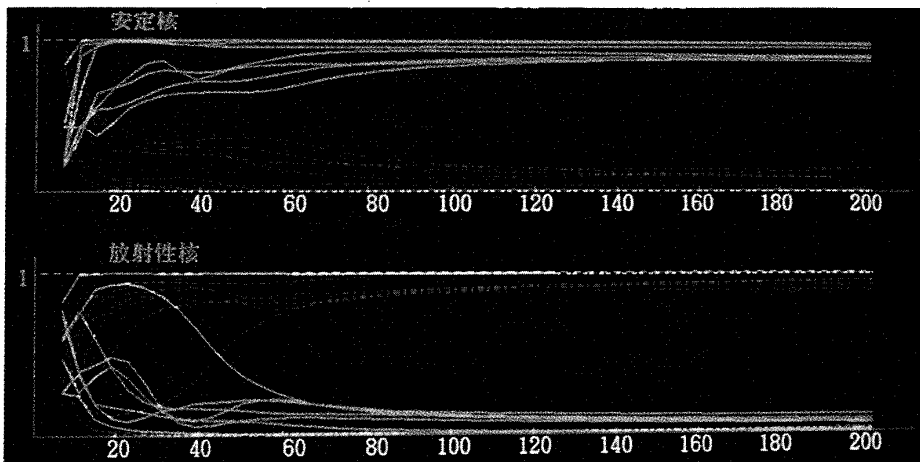


a 学習過程

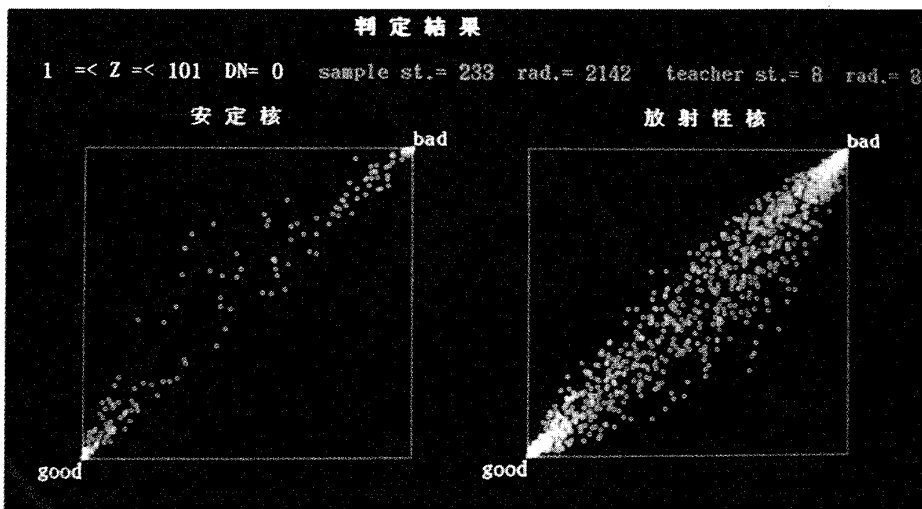


b 判定結果の分布

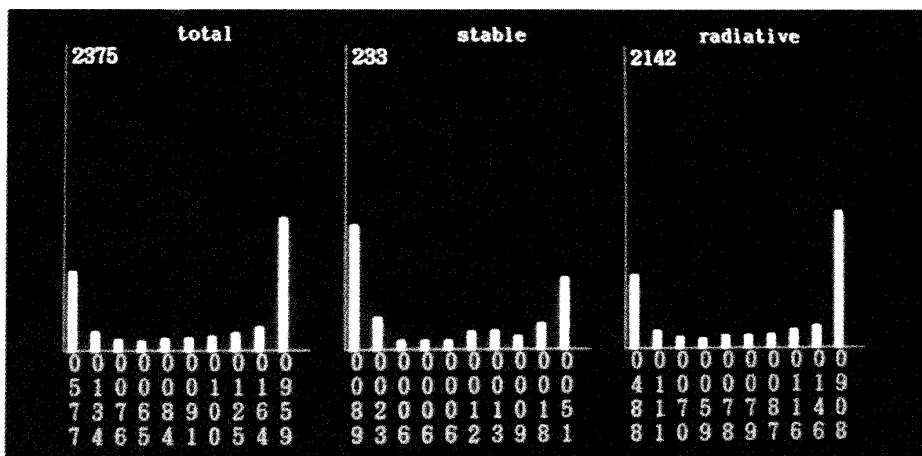
図4 母集団中の放射性核が安定核よりも多い場合



a 学習過程

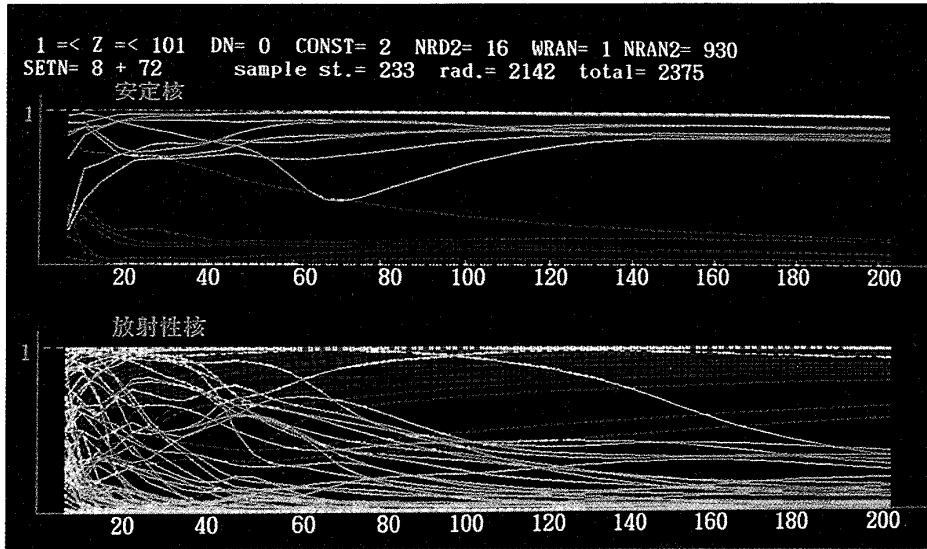


b 出力層ユニットの出力値

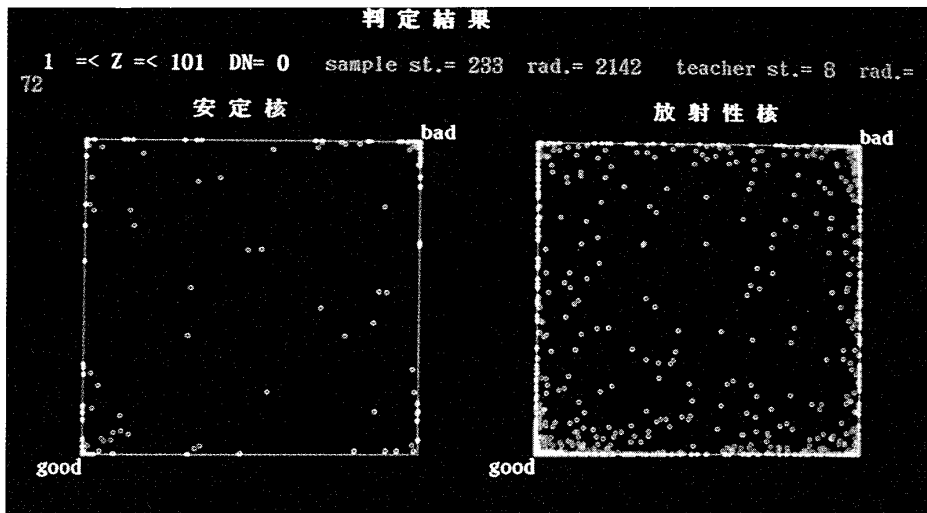


c 判定結果の分布

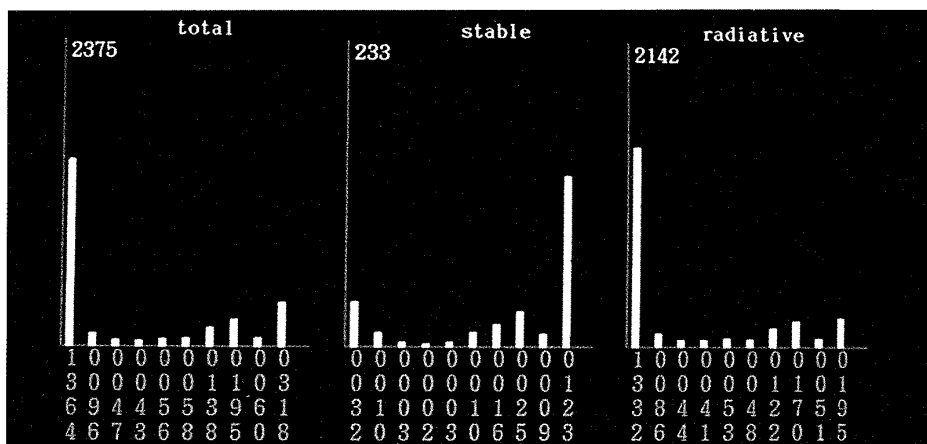
図5 全原子核に対する判定結果
教師安定核数と教師放射性核数が等しい場合。



a 学習過程



b 出力層ユニットの出力値



c 判定結果の分布

図6 全原子核に対する判定結果
 教師安定核数と教師放射性核数が母集団のそれぞれの数に比例する場合.

る全原子核中の安定核の総数と放射性核の総数とに比例させたときの結果である。図5の安定核に対する予測率は0.57また放射性核に対しては0.42であって、いずれも0.5に近く、予測不可能とみるべきである。また図6では予測が放射性に片寄っている。実際、安定核と放射性核に対する予測率は、それぞれ0.26および0.85である。ここにも2種の教師原子核数の相違の効果をみるができるが、2種類の教師核数を母集団の標本数に比例してとれば、教師核数が少数であるにもかかわらず、予測の結果は良好であるとみることができよう。

6. 二、三の考察と結論

学習過程を省略して、重み ω の個数が教師核の個数より多い場合は、出力層のユニットの値 u_1 および u_2 としてよい学習結果を示す数値を与え、この数値が得られるように重み ω の値を求める方法が考えられる。実際この方法をとることができ、この場合には、当初から標準偏差が与えられた数値以下になる。しかしながら、このときの重み ω は予測能力を持たない。実際調べてみると、結果的に得

られた ω の値は、絶対値の大きい値である。通常の学習で得られたものは、絶対値が高々1程度であるが、この方法で得られた値は、10、ときとして100の何倍の値にも及ぶ。このような値の重みが、教師核に対しては互いに打ち消しあって出力層のユニットの値を与えるのであるが、教師核以外の核の値が入力したときには打ち消し合いの条件が破れて予測が不可能になるものと思われる。

陽子数や中性子数を与えて安定か放射性かを学習し予測することは、BPPというシステムにはあまり適さない問題ではないであろうか。このことの考察には図7が参考になる。この図は論理積の学習過程を示す。4本の線は入力が1 1, 1 0, 0 1, 0 0の場合に対応する。1 1に対する学習が1に近い値をとり、他が0に近い値を持つまでには、2,000回程程度の学習を重ねなければならない。原子核の安定性と放射性の区別はパターンの親近性という尺度には馴染まないものである。この意味でデジタル的な問題である。この事情を考慮すれば、前章までの予測の結果がやや不十分なものも当然ではないかと思われる。

学習過程および多くの重み ω では分類で

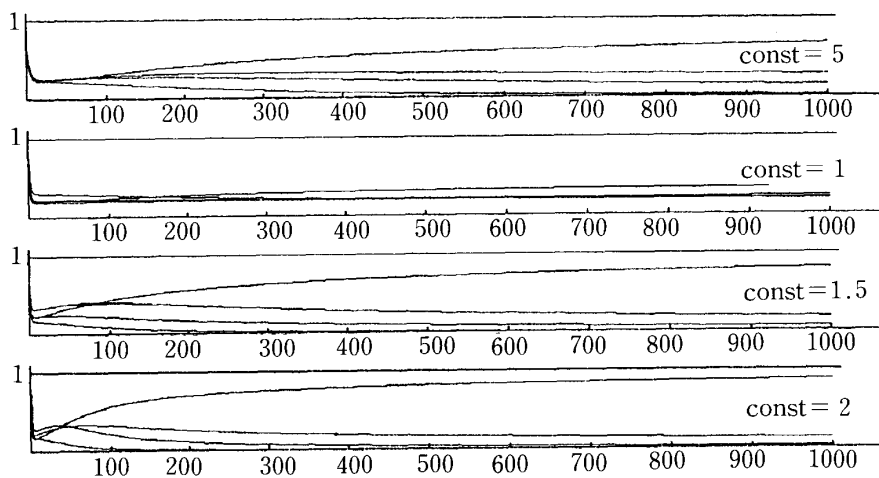


図7 論理積の学習過程

4本のグラフはそれぞれ入力が0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1の場合の出力層のユニットに対応。

きない原子核が原子核として物理的特性を持っているか否かはまことに興味ある問題である。このことを論ずるためには、標準的と見なしてよいパラメータの組を確立することが必要であって、今後の課題である。また以上論じてきたところからニューラルネットワークに適した他の原子核のデータや現象を見い出していく事も今後の重要な問題である。

以上をまとめて次のように結論する。

1. 安定核と放射性核を区別するように学習させる事は可能である。
2. 母集団の中の安定核と放射性核とが同数程度であれば、学習した逆伝搬パーセプトロンは、原子核の安定性と放射性とを予測することができる。

謝辞 原子核を逆伝搬パーセプトロンの対象としてどう取り上げるかについて、加藤幾芳氏との討論は有益であった。また嘉数侑昇氏から論文の表現に対し種々有益な注意を頂いた。この研究は札幌学院大学社会情報学部の理系教員プロジェクトの援助によるものである。上記して感謝の意を表明する。

文献

- (1) Wasseman, P.D. (石井直宏, 塚田稔共訳) : ニューラル・コンピューティング, p. 253, 森北出版社, 東京, (1993).
- (2) Genorth, K.A., Clerk, J.W., and Prater, J.S. : Neural network models of nuclear systematics, *Physics Letters B*, Vol.300, No.1, 2, pp.7 (1993).
- (3) 麻生英樹 : ニューラルネットワーク情報処理, p.198(pp.46-52), 産業図書, 東京, (1990).
- (4) Tuli, J.K. : *Nuclear Wallet Cards*, p.60, Brookhaven National Laboratory, New York, (1990).

1993年11月1日受付

1993年12月8日受理