〈論　文〉

経済動学と効率性

―― 動学と静学の類似性 ――

久保田　義　弘

は じ め に

本稿では，静学経済における効率性と動学経済における効率性の類似性を再考し，動学径路としての経済成長径路の選択と利子率の関係をヒックス［1959］とマランボー［1961，1965］によって提示されたリカーシブ経済で再考する。

静学と動学における効率的な資源配分の類似性は，ヒックスの『価値と資本』およびマランボー［1961，1965］によってすでに考察されている問題であるが，本稿では，ヒックスとマランボーの見解を整理し，動学経済としての均斉成長経済においても，その類似性が保存されることを確認し，さらに動学（均斉成長）径路の選択と価格（とりわけ，利子率）がどのように関係しているかについても考察する。近年では，異時点間の資源配分の問題をオイラー方程式やハミルトニアン方程式を駆使して解明する方法が多くの経済学者の間では常識になっているが，本稿のように静学理論の成果を基礎にして，それに類似した問題として動学問題（現実の問題）を扱うことも重要な問題である。

たとえば，『国富論』の第2編第3章〝資本蓄積について，すなわち生産的労働と不生産的労働について〞において，アダム・スミスは，経済成長と資本の関係を考察している[1]。アダム・スミスの世界は，農業資本家，穀物から穀物を生産する技術関係（生産工程）で表され，その生産期間は農業生産期間である。期初の資本ストックは穀物であり，それに労働が投下され，期末に穀物が産出される成長モデルである。穀物が生産過程に投下される割合（蓄積率）が多くなるほど，産出水準は増加する。t 期の産出水準を Y_t とし，$t-1$ 期の産出水準を Y_{t-1} とする。労働の雇用量は穀物の産出価値（産出金額）によって決定される。t 期の雇用量は L_t とし，穀物で測った賃金率を w とし，労働の平均生産性を AP_L とし，資本ストックとしての穀物は K_t，t 期の生産関係は

[1] 以下の展開については，ヒックスの『資本と成長』第4章（pp.37-42）（Clarendon Press）を参照されたい。

$$Y_t=(AP_L/w)K_t$$

と示される。ここで K_t/w は生産的労働に向けられる穀物量である。資本蓄積は

$$K_t=aY_{t-1}$$

と表される。ここで a は生産的労働に向けられる穀物量である。この 2 つの方程式から

$$Y_t=a(AP_L/w)Y_{t-1}$$

が得られる。これより経済の成長率は $a(AP_L/w)-1$ である。ここで a が小さな値をとると，経済成長率も小さくなる。すなわち，穀物が不生産的労働に向けられる割合が大きくなるに従って，経済成長率は小さくなる。

アダム･スミスの成長論では，穀物で測った賃金率（実質賃金率)，労働の生産性，ならびに穀物の資本蓄積に向けられる割合が一定であるので，経済成長率は一定になる。また，t 期の産出量 Y_t，t 期の雇用量 L_t，t 期の資本量 K_t は同じ期（t 期）に決定され，t 期の産出量は t 期の雇用量および資本量によって決まり，それ以前の経済量，たとえば $t-1$ 期の資本ストックが t 期の産出量には影響しない。この意味において，アダム･スミスの経済成長理論は静学的方法であると言える。

この稿では，動学問題を静学的方法で処理できることを示し，教科書で取りあげられるあるいは扱われる経済問題（動学問題）が静学的方法で説明できることを示す。同時に，本稿では，動学問題を静学的方法で扱うための条件を考察することになる。

第 1 章　静学的な効率性と動学的効率性の類似性

第 1 節　静学的な効率性

静学的効率性を n 個の生産物が産出される経済で説明する。生産計画が

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n)=0$$

と示されるとしよう。ここで $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \cdots x_n)$は n 次元の正味産出ベクトルである。これは n 次元のユークリッド空間の非空部分集合 $\mathbf{X}$ に属する。すなわち，$\mathbf{x}\in\mathbf{X}$ である。この集合 $\mathbf{X}$ は，非空であるばかりでなく，凸集合かつ閉集合であるとしよう。このことは，均衡の存在，その一義性ならびに均衡の安定を保証する想定である。

次に，産出計画の効率性を定義しよう。産出計画 $\mathbf{x}^1=(x_1^1, x_2^1, \cdots, x_n^1)$が実行可能であり，かつ，すべての $i(i=1, 2, \cdots, n)$に対し $x_i\geq x_i^1$ であるのみならず，少なくともある生産物 j について厳密な不等号で成立するような産出計画 $\mathbf{x}$ がないならば，産出計画 $\mathbf{x}^1$ は効率的である。

企業の利潤最大化と産出計画の効率性の関係を説明しよう。企業 h の正味の産出ベクトルを $\mathbf{x}_h=(x_{1h}, x_{2h}, \cdots, x_{nh})$，価格ベクトルを $\mathbf{p}=(p_1, p_2, \cdots, p_n)$とすると，企業利潤は $\mathbf{px}_h$ と表され，その正味の産出が効率的な産出($\mathbf{x}_h^1$)であるならば，企業 h の利潤は最大になる。すなわち，任意の $\mathbf{x}_h$ に対して，$\mathbf{px}_h^1\geq\mathbf{px}_h$ の関係が成立する。各企業の生産計画 $\mathbf{x}_h$ の総和は，$\mathbf{x}=\sum_{h=1}^{H}\mathbf{x}_h$

となる。また，$\mathbf{x}_h^1$ が利潤最大をもたらす生産計画であるならば，すなわち，$\mathbf{px}_h^1 \geq \mathbf{px}_h$ であるならば，$\mathbf{x}_h^1$ は効率的な産出であり，効率的な生産計画である。

第 2 節　配分計画のパレート最適性

配分計画 $\mathbf{x}^1$ が実行可能であり，任意の消費者 k にとって $U_k(\mathbf{x}_k) \geq U_k(\mathbf{x}_k^1)$であり，かつ，少なくとも一人の消費者に対して厳密に不等号が成立するような配分計画が存在しないならば，配分計画 $\mathbf{x}^1$ はパレート最適な配分計画である。ここで $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$は n 次元の配分計画ベクトルである。これは n 次元のユークリッド空間の非空部分集合 $\mathbf{X}$ に属する。すなわち，$\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ である。この集合 $\mathbf{X}$ は，非空であるばかりでなく，凸集合かつ閉集合であるとしよう。このことは，均衡の存在，その一義性ならびに均衡の安定を保証する想定である。

このパレート最適な配分計画に関係した価格ベクトルを $\mathbf{p}$ とするとき，消費者 k にとって $U_k(\mathbf{x}_k) \geq U_k(\mathbf{x}_k^1)$であるならば，その支出の間には $\mathbf{px}_k > \mathbf{px}_k^1$ の関係が成立する。効率性ではない配分計画における支出額は，効率的な配分計画の支出額を超過する。

第 3 節　動学的な効率性

3.1　動学的な効率性

静学における効率性を有限期間の動学経済に適用することは困難ではない。期間を t とし，有限期間を $t=1, 2, \cdots, T$ とする。連続的に変化する時間を期間の継起として表す。t 期の期首を t 時点，この期末を $t+1$ 時点とする。

これは，nT 次元のユークリッド空間の非空部分集合 $\hat{\mathbf{X}}$ に属する。$\hat{\mathbf{x}}=(x_{11}, x_{21}, \cdots, x_{n1}, x_{12}, x_{22}, \cdots, x_{n2}, \cdots, x_{1T}, x_{2T}, \cdots, x_{nT})$である。集合$\hat{\mathbf{X}}$は，非空であり，凸集合かつ閉集合である。生産計画

$$\hat{\mathbf{x}}^1=(x_{11}^1, x_{21}^1, \cdots, x_{n1}^1, x_{12}^1, x_{22}^1, \cdots, x_{n2}^1, \cdots, x_{1T}^1, x_{2T}^1, \cdots, x_{nT}^1)$$

が実行可能であり，かつ，すべての $i(i=1, 2, \cdots, nT)$に対し，$x_{it} \geq x_{it}^1$ となり，かつ，あるτ期の商品 j に対して，$x_{j\tau} > x_{j\tau}^1$ となるような産出計画がないならば，産出計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ は効率的である。

動学的な効率性は n 個の生産物と T 期間の経済で説明される。静学経済における生産物の個数を示す n は任意の有限値であるので，静学的効率性を示す定式を動学経済に拡張することは容易である。動学経済において有限な nT 個の生産物があると見なされるので，動学的な効率性は静学的効率性の類似として説明される。静学的効率性が成立するためには，生産可能性集合ならびに消費可能性集合が凸かつ閉集合であることを必要とする。

効率的な生産計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ に価格ベクトル

$$\hat{\mathbf{p}}=(p_{11}, p_{21}, \cdots, p_{n1}, p_{12}, p_{22}, \cdots, p_{n2}, \cdots, p_{1T}, p_{2T}, \cdots, p_{nT})$$

が対応するとき，企業 h の利潤は，$\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}_h^1 \geq \hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}_h$ なる関係を示す。また，静学経済の場合と同様に，次の関係が得られる。すなわち，生産計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ が実行可能であり，そして，すべての消費者 k に対し，$U_k(\hat{\mathbf{x}}_k) \geq U_k(\hat{\mathbf{x}}_k^1)$であり，かつ，少なくとも一人の消費者に対して厳密に不等号が成立するような配分計画がないならば，配分計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ はパレート最適である。このパレート最適な生産計画に関係した価格ベクトルを $\hat{\mathbf{p}}$ とする。消費者 k にとって

$$U_k(\hat{\mathbf{x}}_k) \geq U_k(\hat{\mathbf{x}}_k^1)$$

は $\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}_k > \hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}_k^1$ を意味する。

現在期において，将来期の消費者の資源配分をも決定するためには，現在期の消費者と将来期の消費者の選好を現時点で知る必要がある。動学的なパレート最適性が達成されるためには，将来期の消費者の選好も市場で表明されていると想定する必要がある。また，物理的に同じ生産物でも産出される期間が異なれば，任意の二つの期間の物理的には同じ生産物であっても，経済的には異なる生産物である。

3.2　リカーシブな生産が行われる経済での動学効率性

連続的に変化する時間を期間の継起として表す。t 期の期首は t 時点であり，この期末は $t+1$ 時点である。各生産プロセスは一期間であると想定する。a_{it} は，t 期の期首における生産物 i の投入量である。b_{jt+1} は t 期の期末における生産物 j の産出量である。これより正味の産出は，$x_{it} = b_{it+1} - a_{it}$ と示される。投入ベクトルは $\mathbf{a}_t$，産出ベクトルは $\mathbf{b}_t$，正味の産出ベクトルは $\mathbf{x}_t$ と示される。生産のリカーシブな関係は次の生産関数で示される。t 期における生産関数は

$$f_t(a_{1t}, a_{2t}, \cdots, a_{nt}; b_{1t+1}, b_{2t+1}, \cdots, b_{nt+1}) = 0$$

と表される。

任意の t 期において，$i = 1, 2, \cdots, n$ に対して $a_{it} \leq a_{it}^1$ かつ $b_{it+1} \geq b_{it+1}^1$ となるような実行可能な産出計画$(\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_{t+1})$が存在しないならば，実行可能な産出計画$(\mathbf{a}_t^1, \mathbf{b}_{t+1}^1)$は効率的である。この効率性を期間 t の効率性という。しかし，この効率性は，T 期間に亘る動学経済における動学的効率性であるとは限らない。その期間 t の効率性が T 期間に亘る動学的効率性であるためには，t 時点において，期間の効率性が成立するだけではなく，かつ，任意の二つの生産物の限界代替率が等しい（任意の二つの投入物の限界代替率が等しい）ことを必要とする。この限界代替率が等しいという条件は

$$-\frac{da_{it}}{da_{jt}} = \frac{\partial f_t / \partial a_{it}}{\partial f_t / \partial a_{jt}} \quad i, j = 1, 2, \cdots, n (i \neq j)$$

かつ

$$-\frac{db_{ht+1}}{db_{kt+1}}=\frac{\partial f_t/\partial b_{kt+1}}{\partial f_t/\partial b_{ht+1}} \quad h, k=1, 2, \cdots, n(h\neq k)$$

と表現される。

逆に，期間を通しての動学効率性が成立するならば，期間の効率性は成立する。すべての t 期において，$i=1, 2, \cdots, n$ に対して，$a_{it}\leq a^1_{it}$ かつ $b_{it+1}\geq b^1_{it+1}$ となるような実行可能な産出計画$(\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_t)$が存在しないならば，実行可能な産出計画$(\mathbf{a}^1_t, \mathbf{b}^1_t)$は効率的である。動学効率性は，すべての期において，$a_{it}\leq a^1_{it}$ かつ $b_{it+1}\geq b^1_{it+1}$ であるので，期間 t 期における効率性である。

動学的に効率的な産出計画$(\mathbf{a}^1_t, \mathbf{b}^1_{t+1})(t=1, 2, \cdots, T)$が与えられると，これに対応する価格ベクトル $\mathbf{p}_t(t=1, 2, \cdots, T)$が得られるとしよう。このとき，すべての実行可能な産出計画$(\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_{t+1})$に対し

$$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}^1_{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}^1_t\geq\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}_{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}_t$$

を満たすような価格ベクトル $\mathbf{p}_t(t=1, 2, \cdots, T)$の数列が存在する。このとき，産出計画$(\mathbf{a}^1_t, \mathbf{b}^1_{t+1})$は t 期の効率性である。

3.3　経済成長と効率性

消費計画期間の長さが T 期間であると想定する。n 次元の t 期の消費ベクトルを $\mathbf{x}_t=(x_{1t}, x_{2t}, \cdots, x_{nT})(t=1, 2, \cdots, T)$とする。消費ベクトルの数列を $\hat{\mathbf{x}}=(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_T)$とし，この消費ベクトルの数列は，非空，凸かつ有界な閉集合 $\hat{\mathbf{X}}$ に属する。

いま，実行可能な消費ベクトルの数列を $\hat{\mathbf{x}}^1\in\hat{\mathbf{X}}$ とする。ある消費計画 $\hat{\mathbf{x}}^1_t$ は実行可能で，$i=1, 2, \cdots, n$，$t=1, 2, \cdots, T$ に対して，$x_{it}\geq x^1_{it}$ となるような他の消費計画が存在しないとき，消費ベクトルの数列 $\hat{\mathbf{x}}^1$ は効率的である。また，すべての消費者 k に対し，$U_k(\hat{\mathbf{x}}_k)\geq U_k(\hat{\mathbf{x}}^1_k)$であり，かつ，少なくとも一人の消費者に対して厳密に不等号で成立するような消費計画がないならば，消費計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ はパーレト最適である。このパーレト最適な消費計画に関係した，価格ベクトルの数列$(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \cdots, \mathbf{p}_T)$を $\mathbf{P}$ とする。消費者 k にとって，$U_k(\hat{\mathbf{x}}_k)\geq U_k(\hat{\mathbf{x}}^1_k)$ は $\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}_k>\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{x}}^1_k$ を意味する。

効率的な消費計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ が与えられるとき，価格ベクトルの数列$(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \cdots, \mathbf{p}_T)$は

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}p_{it}(x_{it}-x^1_{it})\leq 0$$

を満たすとき，消費計画 $\hat{\mathbf{x}}^1$ は動学効率的である。

成長計画においては，最大成長率を達成する消費計画が効率的であると考えられる。実際には，最大成長率を達成する消費計画が効率的であるとは限らないが，価格ベクトルの数列（流列）$(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \cdots, \mathbf{p}_T)$が最大の均斉成長をもたらすように，消費と資本の関係を与えなければならない。効率的な消費と資本の関係がもたらされるときには，均斉成長経済において，

最大成長率を達成する消費計画が効率的な成長径路になる。いま，様々な消費財が同じ率で成長し，消費財の組み合わせの等しい任意の二つの消費計画は，同じ消費水準で始まり，その成長率が異なるとしよう。このとき，大きな成長率をもたらす径路の消費水準がより高い消費水準を実現するので，成長率の大きい径路のほうがより効率的となる。

均斉成長経済における投入と産出ベクトルは

$$\mathbf{a}_t=\mathbf{a}_0(1+g)^t,\ \mathbf{b}_{t+1}=\mathbf{b}_1(1+g)^{t+1}$$

と与えられる。投入と産出が同じ率で成長する産出計画は実行可能であろうか。生産関数

$$f_t(a_{1t},\ a_{2t},\ \cdots,\ a_{nt};\ b_{1t+1},\ b_{2t+1},\ \cdots,\ b_{nt+1})=0$$

が時間を通じて同じ形で存在し，一次同次であると仮定する。このとき，任意の t 期において，生産計画が実行可能であれば，時間を通じて実行可能である。ある均斉成長の産出計画$(\mathbf{a}^1_t,\ \mathbf{b}^1_t,\ g^1)$が効率的であるならば，この産出計画は，$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}_1(1+g)^{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}_0(1+g)^t$ を最大にする。すなわち，任意の$(\mathbf{a}_t,\ \mathbf{b}_t,\ g)$に対し

$$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}^1_1(1+g^1)^{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}^1_0(1+g^1)^t\geq\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}_1(1+g)^{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}_0(1+g)^t$$

となる。また，産出計画$(\mathbf{a}^1_t,\ \mathbf{b}^1_t,\ g^1)$を最大にする価格ベクトルの数列が存在するならば，この産出計画は効率的である。

一次同次の生産関数は

$$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}^1_1(1+g^1)^{t+1}-\mathbf{p}_t\mathbf{a}^1_0(1+g^1)^t=0$$

を意味する。これより，

$$\frac{\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}^1_1}{\mathbf{p}_t\mathbf{a}^1_0}=\frac{1}{1+g^1}$$

が得られる。ここで，価格が現在割引価格であるならば，$\mathbf{p}_t=(1+r)\mathbf{p}_{t+1}$ となる。これを上の関係式に代入すると，

$$\frac{\mathbf{b}^1_1}{\mathbf{a}^1_0}=\frac{1+r}{1+g^1}$$

が得られる。ここで $\mathbf{p}_1\mathbf{b}^1_1\geq\mathbf{p}_1\mathbf{a}^1_0$ と想定できるので，

$$r\geq g^1$$

となる。これは，生産関数の一次同次性で，産出計画が効率的であるときには，利子率が均斉成長率に等しいか，あるいは，それよりも高いことを示している。

第２章　リカーシブな生産と比較動学

第１節　価格と正味の産出価値（利潤）の最大化

この節では，ヒックス［1959］やマランボー［1961］の比較動学を要約し，説明する。二つの効率的な産出計画径路があると想定する。産出計画径路１は上付の１，産出計画径路２は

上付の 2 が付されている。同様に，その計画径路に関係する価格ベクトルを $\mathbf{p}_t^j=(p_{1t}^j, p_{2t}^j, \cdots, p_{nt}^j)$ j＝1, 2 とする。いま，二つの径路上の産出ならびに投入の差を $\Delta\mathbf{b}_{t+1}=\mathbf{b}_{t+1}^2-\mathbf{b}_{t+1}^1$, $\Delta\mathbf{a}_t=\mathbf{a}_t^2-\mathbf{a}_t^1$ とそれぞれ定義し，関連した二つの径路上の価格差を $\Delta\mathbf{p}_t=\mathbf{p}_t^2-\mathbf{p}_t^1$ と定義する。産出計画径路 1 に関連した価格が $\mathbf{p}_t^1$ であるとき，利潤差は

$$(\mathbf{p}_{t+1}^1\mathbf{b}_{t+1}^1-\mathbf{p}_t^1\mathbf{a}_t^1)-(\mathbf{p}_{t+1}^1\mathbf{b}_{t+1}^2-\mathbf{p}_t^1\mathbf{a}_t^2)$$

となる。価格ベクトル $\mathbf{p}_t^1=(p_{1t}^1, p_{2t}^1, \cdots, p_{nt}^1)$が成立するとき，産出計画径路 1 では正味の産出価値（利潤）の最大化がもたらされるので，

$$(\mathbf{p}_{t+1}^1\mathbf{b}_{t+1}^1-\mathbf{p}_{t+1}^1\mathbf{b}_{t+1}^2)-(\mathbf{p}_t^1\mathbf{a}_t^1-\mathbf{p}_t^1\mathbf{a}_t^2)=\mathbf{p}_t^1\Delta\mathbf{a}_t-\mathbf{p}_{t+1}^1\Delta\mathbf{b}_{t+1}\geqq 0 \qquad (1)$$

が得られる。これは，価格ベクトル $\mathbf{p}_t^1=(p_{1t}^1, p_{2t}^1, \cdots, p_{nt}^1)$が効率的な産出計画径路 1 上に関連しているとき，投入と産出を産出計画径路 2 の水準に変化させると，その利潤水準が低下することを意味する。同様にして，その径路 2 に対応する価格ベクトルが実現しているときには，二つの計画径路の利潤水準の関係は

$$(\mathbf{p}_{t+1}^2\mathbf{b}_{t+1}^2-\mathbf{p}_{t+1}^2\mathbf{b}_{t+1}^1)-(\mathbf{p}_t^2\mathbf{a}_t^2-\mathbf{p}_t^2\mathbf{a}_t^1)=\mathbf{p}_{t+1}^2\Delta\mathbf{b}_{t+1}-\mathbf{p}_t^2\Delta\mathbf{a}_t\geqq 0 \qquad (2)$$

と表される。これは，価格ベクトルが産出計画径路 2 に関連しているとき，その径路 1 から他の径路 2 の投入・産出関係に移行することによって，代表的企業の利潤水準は増加することを意味している。この関係式は

$$(\mathbf{p}_{t+1}^1+\Delta\mathbf{p}_{t+1})\Delta\mathbf{b}_{t+1}-(\mathbf{p}_t^1+\Delta\mathbf{p}_t)\Delta\mathbf{a}_t\geqq 0$$

と変形され，これは，(1)式を考慮すると

$$\Delta\mathbf{p}_{t+1}\Delta\mathbf{b}_{t+1}-\Delta\mathbf{p}_t\Delta\mathbf{a}_t\geqq 0 \qquad (3)$$

となる。これは，価格ベクトルが産出計画径路 2 に関連しているとき，径路 1 に対応する産出および投入価格ベクトルからこの径路 2 に関連する価格ベクトルに上昇するとき，より高い価格ベクトルのもとでの投入・産出関係がより効率的であることを示している。

(1)と(2)式は，次の図の静学経済での関係から類推される。図の A 点では価格ベクトル($\mathbf{p}^1$)が利潤最大，B 点では($\mathbf{p}^2$)が利潤最大をもたらすとしよう。このとき，点 A において，

$$p^1(b^1-b^2)-p^1(a^1-a^2)=p^1\Delta a-p^1\Delta b\geqq 0 \qquad (1')$$

の関係が得られる。また，点 B において

$$p^2(b^2-b^1)-p^2(a^2-a^1)=p^2\Delta b-p^2\Delta a\geqq 0 \qquad (2')$$

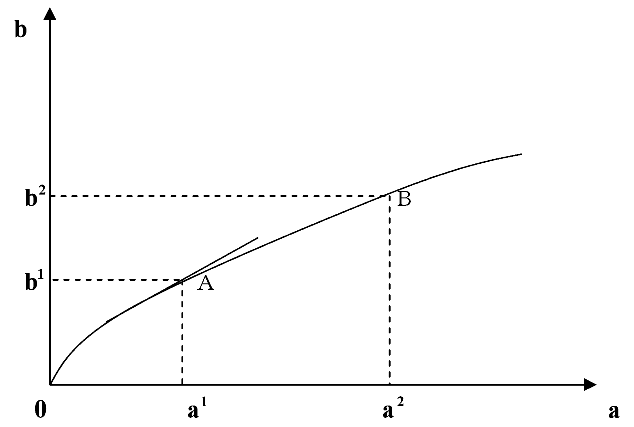
が得られる。

点 A の投入•産出関係において，価格ベクトル $\mathbf{p}^1$ のもとで，正味産出価値が最大化するので，(1′)式が得られる。この関係式は(1)式に対応する。また，(2′)式は，価格ベクトル $\mathbf{p}^2$ のもとでは，正味産出価値を最大にする。(2′)式は(2)式に対応する。(2′)式は

$$(p^1+\Delta p)\Delta b-(p^1+\Delta p)\Delta a\geqq 0$$

と変形される。ここで(1′)式を考慮すると，これは

図－１　正味の産出の最大化と価格



$$\Delta p\Delta b-\Delta p\Delta a\geq 0 \tag{3'}$$

と変形され，これは(3)式に対応する。

生産関数が一次同次であれば，利潤はゼロになるので

$$p^1b^1-p^1a^1=p^2b^2-p^2a^2=0$$

が得られる。ここで

$$(p^1+\Delta p)(b^1+\Delta b)-p^1b^1-(p^1+\Delta p)(a^1+\Delta a)+p^1a^1=\Delta pb^1-\Delta pa^1+\Delta p\Delta b-\Delta p\Delta a=0$$

であるので，一次同次の生産関数のもとでは

$$\Delta p\Delta b-\Delta p\Delta a=\Delta pa^1-\Delta pb^1 \tag{3a}$$

が得られる。

第２節　利子率と均斉成長径路の選択

ヒックス［1959］は，前節の(3)式によって比較動学を展開している。ヒックスは固定賃金径路において比較動学を示した。産出物は消費財，投入物は労働サービスであるとしよう。固定賃金径路では労働と消費財の相対価格は一定である。t 期の労働の価格を w_t，初期の消費財価格を１とすると，t 期の消費財の現在割引価格は

$$p_t=1/(1+r)^{t-1} \tag{4a}$$

と示される。同様に，t 期の現在割引賃金率は

$$\hat{w}_t=w_t/(1+r)^t \tag{4b}$$

である。純産出価値は

$$\sum_{t=1}^{\infty}(p_{t+1}b_{t+1}-\hat{w}_ta_t)$$

と示される。価格ベクトルが与えられたとき，また，この値を最大にする産出・投入関係が効率的産出計画である。

経済が均斉成長していると想定する。均斉成長率を g とする。この成長率は，期間に関係なく一定の率である。初期の消費財の産出量を $\mathbf{b}_1$ とし，労働の投入量を $\mathbf{a}_0$ とするとき，t 期の純産出価値は

$$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}_{t+1}-\hat{w}_t\mathbf{a}_t$$

と表される。ここで，価格は現在割引価格であり，成長率が g であるので，$\mathbf{b}_{t+1}=\mathbf{b}_1(1+g)^t$，$\mathbf{a}_t=\mathbf{a}_0(1+g)^t$ なる関係が得られる。この関係を上の関係式に代入すると，

$$\mathbf{p}_{t+1}\mathbf{b}_1(1+g)^t-\hat{w}_t\mathbf{a}_0(1+g)^t$$

となる。これから有限期間の純生産価値は

$$\mathbf{b}_1\left[1+\left(\frac{1+g}{1+r}\right)+\cdots+\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{t-1}\right]-\mathbf{a}_0\left[1+\left(\frac{1+g}{1+r}\right)+\cdots+\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{t-1}\right]$$

と表される。これは均斉成長径路に対応する純産出の現在割引価値である。これは

$$(\mathbf{b}_1-\mathbf{a}_0)\left[\frac{1-z^t}{1-(1+g)/(1+r)}\right] \tag{5}$$

と変形され，整理される。ここで $z=(1+g)/(1+r)$である。期間を無限に大きくすると，(5)式は

$$(\mathbf{b}_1-\mathbf{a}_0)[(1+r)/(r-g)] \tag{5'}$$

と表される。ここで $r-g>0$ であるとしよう。このとき(5′)式の符号は正になる。

二つの均斉成長径路が存在するとしよう。産出計画径路$(\mathbf{x}_1, g)$と産出計画径路$(\mathbf{x}_1+\Delta\mathbf{x}, g+\Delta g)$があるとしよう。$\mathbf{x}_1\equiv\mathbf{b}_1-\mathbf{a}_0$ とする。利子率が r のもとでは，前者の径路が選択されるとしよう。このことは

$$\frac{\mathbf{x}_1(1+r)}{r-g}>\frac{(\mathbf{x}_1+\Delta\mathbf{x})(1+r)}{r-g-\Delta g}$$

であることを意味する。これは

$$-\mathbf{x}_1\Delta g>\Delta\mathbf{x}(r-g)$$

と変形される。利子率が成長率よりも大きいので，$\Delta\mathbf{x}>\mathbf{0}$ であれば，この右辺は正となる。このとき，$\Delta g>0$ ならば，$\mathbf{x}_1<0$ でなければならない。これは，経済成長率を大きくするためには，一定の利子率の下では，初期の産出水準を下げなければならないことを示している。

また，利子率が $r+\Delta r$ のもとでは，産出計画径路$(\mathbf{x}_1+\Delta\mathbf{x}, g+\Delta g)$が産出計画径路$(\mathbf{x}_1, g)$よりも選好されるとしよう。このことは

$$\frac{\mathbf{x}_1(1+r+\Delta r)}{r+\Delta r-g}<\frac{(\mathbf{x}_1+\Delta\mathbf{x})(1+r+\Delta r)}{r+\Delta r-g-\Delta g}$$

であることを意味する。これは

$$-\mathbf{x}_1\Delta g<\Delta\mathbf{x}(r-g+\Delta g)$$

と変形される。これは

$$-\mathbf{x}_1\Delta g-\Delta\mathbf{x}(r-g)<\Delta\mathbf{x}\Delta r$$

となる。ここで左辺は負である。よって

$$\Delta\mathbf{x}\Delta r>0$$

が得られる。ここで $\Delta r<0$ ならば，$\Delta\mathbf{x}<\mathbf{0}$ である。このとき，$\Delta g>0$ である。ゆえに，より高い均斉成長率を達成するためには，より低い利子率が実現していなければならない。これは，利子率の低下が，現在割引価格の上昇を意味する。また利子率が低下し，成長率が加速するとき，価格の変化の方向と産出量の変化の方向が同じであることを示している。

む す び

本稿では，静学経済における効率性と動学経済における効率性の類似性を再考し，動学径路としての経済成長径路の選択と利子率の関係をヒックス［1959］とマランボー［1961，1965］によって提示されたリカーシブ経済で再考した。

本稿で考察した静学と動学における効率的な資源配分の類似性は，ヒックスの『価値と資本』［1939］およびマランボー［1961，1965］によってすでに考察されている問題である。本稿では，ヒックスとマランボーの見解を整理し，動学経済としての均斉成長経済においても，その類似性が保存されることを確認し，さらに動学（均斉成長）径路の選択と価格（とりわけ，利子率）がどのように関係しているかを『価値と資本』の世界を前提に考察した。『価値と資本』と『時間と資本』［1973］でヒックスが解明しようとした異時点間の資源配分問題と価格の関係を本稿では考察した。この異時点間の資源配分の問題は，オイラー方程式やハミルトニアン方程式を駆使して多くの経済学者によって考察されているが，この方向でその問題を整理することも重要な問題である。

しかし，近年では，多くの有能な経済学者によって経済動学理論は不確実性や情報の非対称性を基本にして構築され，さらにゲーム理論のフレームワークを用いて動学問題（内生的動学問題）を分析している。

伝統的な経済成長から内生的成長論，ならびに本稿で考察したような成長経路の選択（移行）の問題も動学分析には必要である。成長経路と価格変動の問題については他の論文で考察したい。

参考文献

Fischer, S. (1979), "Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model", *Econometrica* 47: 1433-39.

Hicks, J. R. (1959), "A 'Value and Capital' Growth Model", *Review of Economic Studies* 26: 159-73.

Hicks, J. R. (1965), *Capital and Growth*, Oxford, The Clarendon Press.

Hicks, J. R. (1973), *Capital and Time: A Neo-Austrian Theory*, Oxford, The Clarendon Press.

Malinvaud, E. (1953) "Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources", *Econometrica* 21: 233- 67.

Malinvaud, E. (1961), "The Analogy Between Atemporal and Intertemporal Theories of Resource Allocation", *Review of Economic Studies* 28: 143-60.

Malinvaud, E. (1965), "Interest Rates and Allocation of Resources", In *The Theory of Interest*, ed. F. H. Hahn and F. P. R. Breching, Macmillan.

Samuelson, P. A. (1948) "Consumption Theory in Terms of Revealed Preference", *Econometrica* 15: 243-53.

Samuelson, P. A. "Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies* 24: 193-206.

Sidrauski, M. (1967), "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review* 57: 534-44.

Sidrauski, M. (1967), "Inflation and Economic Growth", *Journal of Political Economy* 75: 790-810.

Solow, R. M. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics* 70: 65-94.

（くぼた　よしひろ　マクロ経済学，金融論専攻）

（2007 年 7 月 24 日受理）