札幌学院大学人文学会紀要（2020）第108号　145－178

《論　文》

地質学への数学的概念の導入の試み：テクトニクスを例にして

小　出　良　幸

要　旨

数学的手法は，多くの分野で利用されている。だが，抽象化された論理構成をもっている数学的概念自体が，必ずしも他の分野へ応用されているわけではない。数学的概念を地質学へ導入したら，どのような展望が持てるかを検討した。事例として，多数の仮説から成り立っているテクトニクスへ，数学的概念の導入をしてみた。その結果，仮説間の相関関係が明らかにできることがわかってきた。

キーワード：数学的概念，テクトニクス，帰納法，仮説演繹法，アブダクション

Ⅰ　はじめに

地質学において，地質現象の解析やモデル化，観測値や分析値の処理など，至るところで数学的手法は用いられている。その時の数学は，方法論の適用や応用，つまり道具や手段として用いられてきた。すべての研究分野でも，導入状況は同じであろう。地質学の範疇では解明できないものとして繰り返される堆積層の規則性に，フーリエ解析を適用することで，離散的な値を天体運動の周期性（ミランコヴィッチ・サイクル）で解釈しようとする試みなどがある。事例は，多数あるが，その多くは数値的解をえるための数学的手段の適用に過ぎない。

数学的概念は，もっと適用範囲が広いのではないかと考えられる。本論考では，数学で用いられている概念（考え方）を，地質学にを導入することで，仮説相互間の関係を読み解き，新しい概念（考え方）を見出だそうという思考実験である。

例えば，数学の概念は，論理的に構築されているのだが，その導出された関数や関係には，意表をつくもの，驚くべきものが多々ある。その好例がオイラーの等式（Euler's identity）であろう。まず，オイラーの公式がある。

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

ここでeはネイピア数（自然対数の底　2.718281828・・・・），iは虚数単位，πは円周率（円

の直径と円周の比　3.1415926535・・・・）となる。cosとsinは余弦関数および正弦関数である。オイラーの公式は，指数関数と三角関数のマクローリン展開や，２階線形微分方程式の２つの独立解などから証明されている。ここで，$\theta=\pi$とするとオイラーの等式が導かれる。

$$e^{i\pi}+1=0$$

このような不思議で美しい関係の式が，論理的に導き出される（吉田，2010)。他にも，相互に関係性をもった数式群（例えば，微分と積分など）があったり，思い切った近似（例えば，テイラー展開など）をしたり，表面上はまったく見えない特徴を見出す手段（例えば，フーリエ解析など）を使用したりなど，多様な方法論があり，それぞれが独自の概念を持っている。数学的手段を単に適用するのではなく，数学に内在されている概念自体を地質学へ適用することで，新しい見方がでてくるのではないかと考えた。もしこのような学問領域横断的な思考方法の導入が有効であれば，数学と地質学間だけでなく，数学と他の学問領域へも適用可能であろう。

ここまで地質学としてきたが，さらに分野を限定しておく。地質学者が対象とする主に地表に分布している岩石への適用を考える。他の手段，例えば地球物理学，地球化学，比較惑星学などは，素材や手法が地質学とは異なっているため，ここでは考慮しないことにした。ただし，実際の学問分野では，検証過程，比較検討などでは相互に必要となる。

地質学では，試料を入手し，分析し，解析し，考察して結果をえるまでが，一連の研究サイクルとなる。だが，他の地域や時代の岩石と比較検討するとき，あるいはより普遍的な考え方，規則性や法則などを見出すために，数学的概念を意識的に適用することで，新たな視座がえられるのではないかという試行である。その事例として，本論では，複雑で多くの仮説が集められて構築されている「テクトニクス」を対象にして,「島弧形成論」と「大陸形成論」,「大陸地殻増加仮説」（小出, 2020a）が, どのような関係をもっているのかに注目する。それぞれの仮説の関係を読み取っていく時に，数学的概念を導入することを試みた。思考実験であるので，どこまで現実に適用できるかは不明だが，テクトニクスや形成論において，本論文で示したような数学的概念の導入は可能で, 有効性があることがわかってきた。ただしそこには注意すべき点もあることも示していく。

本研究は，札幌学院大学の研究促進奨励金Ｂ「沈み込み帯における構造侵食作用と付加作用の擾乱様式の比較検討に関する研究」(SGU-BS2020-03) によっておこなわれたものである（註1)。

Ⅱ　地質学の特徴：過去を知る

地質学は，実在する物質（岩石や鉱物，地層，化石など）を素材とする。それらの地質学的素材は，過去に形成された物質である。堆積岩からできた地層を例に，地質学の特徴を考えていく。現在地表に現れている地層（固化した堆積岩の状態）は, 形成時（主には海底で堆積した）の状態（未固結の堆積物の状態）とは異なっている。現在のような堆積岩になるためには，堆積後に続成作用などにより固化（堆積岩となる）し，それが地表に持ち上げられ（定置)，さらに浸食・開析・風

化などを受けて現在の位置に露出したものである。時には，変成作用や変形作用なども受けていることもある。現在見えている地層は，形成時の情報は間引かれ，不完全な記録媒体となっている。

だが，地質学的素材は，過去（人による記録のない時代）を探るための唯一の素材となる。過去を知るために，地質学の果たしてしている役割は大きい。知りえない過去の歴史を検証できる実物を，研究対象とする唯一の研究分野である。例えば，化石から過去の生物の存在とその特徴を知ることができる。もしその形成年代（時代）が判明すれば，その時代の生物の姿や様子を知ることができる。古生物学や生物学の系統分析では，化石が重要な素材となっている。地質学は過去を探求する学問でもある。

1　時間スケールの扱い

自然現象には，さまざまな次元（例えば，単位が異なるもの）や，さまざまなスケールのものがある。地質学は扱っている素材に反映される時間スケールは，主に数万年から数十億年の現象となる（図１）。

１年のスケールでは，季節変化から年輪が形成され，火山噴火，二酸化炭素濃度のサイクルなどがある。1000年では，気候変化やひとつの火山噴火のはじまりから終了までになる。100万年では，大きな気候変動や生物進化が起こり，10億年では大陸移動や海洋プレートの沈み込みや

時間スケール	現象
1 秒	-
1 分(60 秒)	風雨、波浪、地震動
1 日(1440 分、3600 秒)	日周期(日照、気温、湿度)、月周期
1年(365 日、5.2156×10^5 分、1.314×10^6 秒)	季節変化、年輪、火山噴火
1000 年(3.65×10^5 日、5.2156×10^8 分、1.314×10^9秒)	気候変化、火山誕生～終了、
100 万年(3.65×10^8 日、5.2156×10^{11} 分、1.314×10^{12} 秒)	気候変動、生物進化
10 億年(3.65×10^{11} 日、5.2156×10^{14} 分、1.314×10^{15} 秒)	大陸移動(テクトニクス)
45.6 億年(1.6644×10^{12} 日、2.3783×10^{15} 分、5.9918×10^{15} 秒)	地球誕生～現在
100 億年(3.65×10^{12} 日、5.2156×10^{15} 分、1.314×10^{16} 秒)	太陽光度変化、惑星生成～消滅
137 億年(5.0268×10^{13} 日、7.1829×10^{16} 分、1.8096×10^{17} 秒)	宇宙誕生～現在

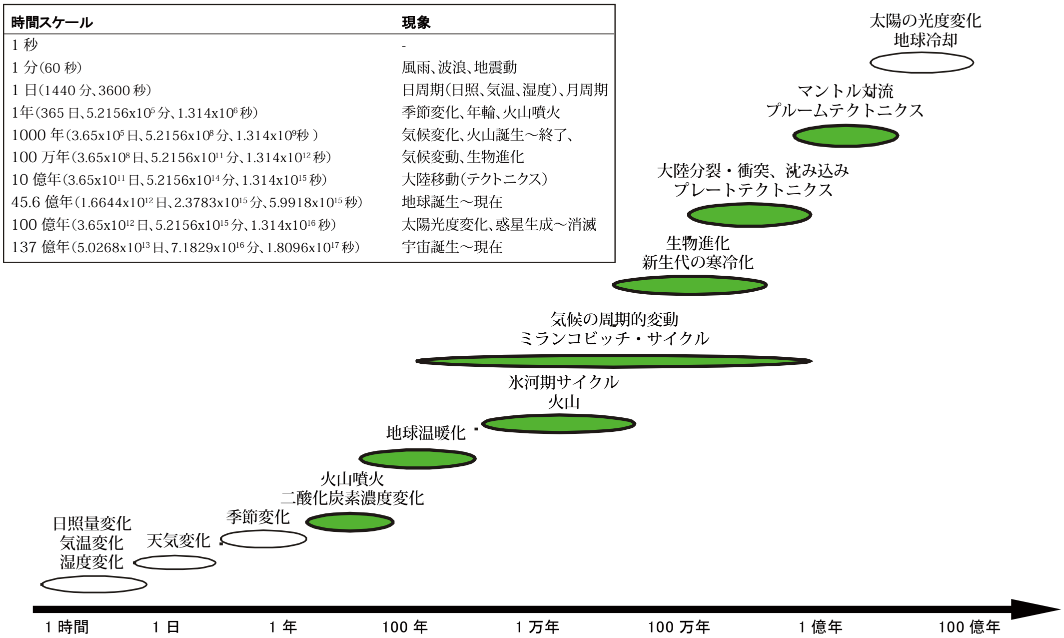


図１　自然現象の時間スケール

自然現象の時間スケールの一覧。着色したもの：地質学的素材に記録され可能性のある現象。右上の表：時間スケールをいくつかの単位で表示。

大陸衝突などのプレートテクトニクスや，もう少し大きなマントル対流まで含めたスケールのプルームテクトニクスが起こる。45.6億年は地球誕生から現在まで，100億年のスケールでは太陽光度変化や惑星誕生や消滅の現象がある。そして，137.72 ± 0.59億年（Bennett et al., 2013）になると，宇宙誕生から変化して現在に至るまでのもっとも長い時間スケールとなる。

自然科学の多くは，現在の現象や物質，生物などを素材にして，研究が進められている。研究結果には，時間に依存したものあるが，現在のデータや事実をもとにした普遍化が進められる。一方，地質学は，地球に限定されてはいるが，過去に起こった現象を中心素材として扱っている点が，他の自然科学と比べて異なっている。地質学では過去の物質に記録された地質現象を読み取ることになり，その時間スケールは1年～10億年になるだろう。

また, 時, 日, 月や年のスケールの現象も繰り返されたり（例えば, 氷河湖での年縞堆積物など），蓄積されたり（例えば，深海底の珪質軟泥がチャートになることなど）することで，時間スケールの小さい現象であっても記録されていくことがある（例えば，小出，2015;2016;2017;2018a;2018bなど）。その時間スケールでの解読ができないとしても，より大きなスケール，より詳しいスケールでの解析ができることもある。それぞれの時間スケールの現象を，どのように体系的に繋いでいくかが重要である。もし，その現象に周期性，規則性が認められるものがあれば，後述のように数学的概念（フーリエ解析）の導入が役立つであろう。

２　過去の時間の読み取り

地質学が扱える対象は，「現在」の地球上に存在しているものの内，研究者が入手できた素材である（図２）。

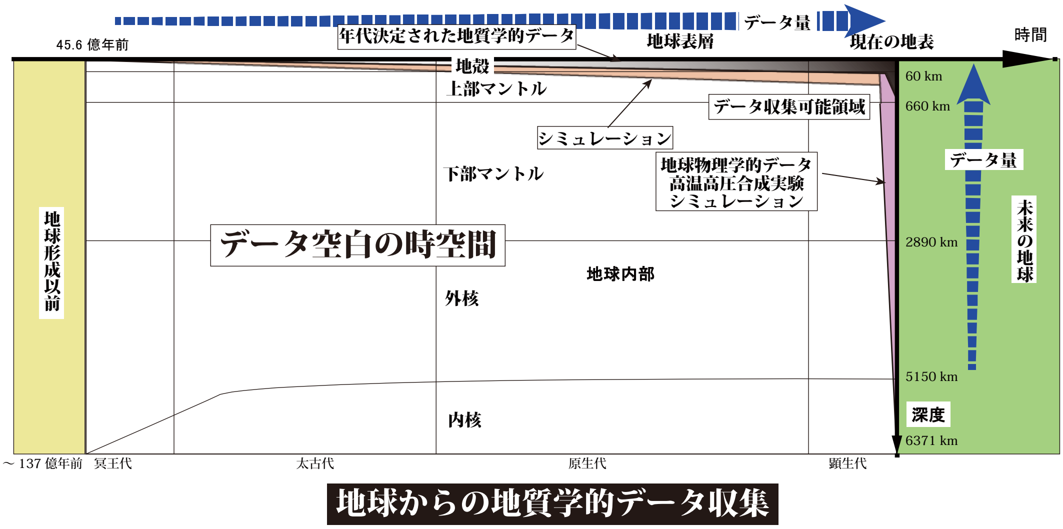


図２　入手可能な地質学的データ

地球で地質学的データが収集できる範囲。横軸：時代。縦軸：地球深度。データは現在の地表に存在している試料よりえられる。読み取った情報は，細切れの過去と幾ばくかの地球深部の情報となる。

例として，岩石や化石を考える。ある露頭に露出している岩石や化石は，「現在」入手可能であるが，岩石や化石は「過去」に形成されたものである。岩石の形成過程から火成作用や堆積作用，変成作用などの情報を読み取り，化石から過去の生物の姿や生き方，生活，環境などを読み取っていくことになる。だがその「過去」の「時間」は，直接見ることはできない。間接的に素材から読み取っていくしかない。過去の時間は，岩石の放射性同位体組成を分析したり，示準化石を見つけたりして，年代や時代の決定をおこなっていく。その年代値や時代は，室内実験や記載同定作業を経て決められることになる。放射性同位体組成では定量値がえられ「絶対年代」と呼ばれ，示準化石による年代は「相対年代」と呼ばれる定性的なものとなる。

地層では，地層累重の法則から形成順序が決められるため，新旧関係は明らかである。相対年代では示準化石から時代区分が決定され，化石が多産する地層では詳細な区分が可能となる。層準ごとの化石の形態の変化を，時間経過とみなして時間を区分することになる。実際に多数の化石を含んだ深海底の珪質軟泥や層状チャートなどでは，詳細な時代区分がなされている。

絶対年代の精度は，岩質や同位体の種類，分析方法，対象となる年代などによって異なってくる。現在では，絶対年代と相対年代の両者の利点を組み合わせて，地質年代表が作成されている（Cohen et al., 2013;2020）。時代決定された素材から，その時代の各種の情報（堆積場や堆積環境など）が読み取れる。ただし，化石が少ない先カンブリア紀は絶対年代によって区分されているが，その区分の精度はよくない。

地球物理学的手法（例えば，地震波，地磁気，重力など）により地球深部の情報をえることが可能となる。また，高温高圧条件で岩石や化合物での合成実験や，シミュレーションによる地球内部実態の推定（例えば，地球内部の物性の推定など），あるいは過去の地球内部の変化（例えば，地磁気の変化，マントル対流の変化など），過去の大陸配置推定（例えば，大陸移動，プレート運動など）がおこなわれている。他分野と地質学の連携により，地球深部の情報と地表でえられた地質学的情報を比較対照することで，検証がおこなえる。地質学では，表層部の試料での過去から現在の復元を試みているが，学際的に取り組むことで，地球の深部をより深くより広く地球の時空間を調べることができる。だが，全地球に存在した時空間と比べると，科学の及ぶ範囲は限られている。

3　時間の矢

ある岩石が，１億年前に火山で噴火した火山岩であるとしよう。１億年前というのは定量値として決められたものであり，いくつかの同位体組成や相対年代などの方法を組わせることで，検証していけるであろう。だが岩石から推定された火山現象の検証はできない。なぜなら，それは「不可逆な時間の流れ」によるためである。地質学は，常に時間軸に沿って起こる歴史現象と位置づけられる。地球の時間軸にそって，その時代のその現象や過程が調べられることになる。地球の時間は不可逆なので「時間の矢」とも称される。

「時間の矢」の存在は，エントロピー増大の原理から導かれる。エントロピー増大の原理は，

熱力学第二法則ともなっており,物理学の重要な法則でもある。温度Tの物質に外部から熱（Q）を加えると，エントロピー（S）は,

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

と表される。断熱条件の閉鎖系で，状態がAからBへと変化したとき，エントロピーS（A）とS（B）は,

$$S(A) \le S(B)$$

となる。つまり，状態が変化すると，エントロピーが増加するが，減少することがないことを示している。これは，系全体のエントロピーは増大するのみで，時間に関する現象は熱力学的には不可逆性をもっていることを意味する。地質現象はすべて時間軸に沿っておこるものなので，エントロピー増大の原理が適用されることになる。

４　地球の保持エネルギー

地質現象は,「現在」だけでなく「過去」にも物理学や化学の法則や原理に従って起こっていたように見える。このような地質学的検証から，過去に地質現象が停止したことはないのは明らかなので,エントロピー増大が続いていることになる。地球内部には,膨大な重力エネルギー（衝突エネルギー）があり，その熱がマントル，海洋，大気をへて地球外に放出されている。このエネルギーの流れが，地質現象が起している。地球内部の熱源となる外核の液体鉄が存在している限り，まだ熱的平衡には達していないことになる。地球には少々のエントロピー増大では変化が現れないほどの熱量および熱源があり，エントロピーの許容量も莫大であることになる。

地球物質循環や熱循環などでは，システムが大きく転換しているという仮説（マントル対流の変化，地球磁場の変化など）があり，これらはエントロピー増大による変化の現れかもしれない。今後も熱放出にともなう地質現象は継続していくであろうが，地球のエントロピーの許容量が不明なので，熱による地質現象がいつまで継続するかは不明である。

５　地球は開放系

地球が閉鎖系でないという点も重要である。地球は太陽から常にエネルギーを受けとっている。太陽定数から，最大（太陽が天頂にあるとき）で1366W/m^2（1174kcal/h・m^2），地球全体として1.74 x10^{17}W（J/s）のエネルギーが,地球に降り注いでいることになる。これは毎秒の値となり,非常に大きな熱量となる。

火山の一連の噴火における総エネルギー量は，伊豆大島の噴火（1950年～1951年）では1.0x10^{16}J，浅間山の噴火（1728年）は8x10^{17}J，桜島の噴火（1914年）は4x10^{18}Jとなる。地球全体の火山噴火で放出される総エネルギー量は4x10^{17}J/年，年間起こっている地震の総エネルギー量は4x10^{17}J/年となり，地球内部からの総エネルギー量は1x10^{21}J/年程度である。大きな

火山活動１個分に匹敵するエネルギーを，毎秒太陽放射を受け取っていることになる。

太陽エネルギーは，地球では30％が反射され，70％が地球内に吸収される。吸収されたエネルギーは，表層での変化を起こし，すべてを赤外線として再放射することになる。地球に入射されたエネルギー（可視光）が再放射（赤外線）されるとき，エネルギー劣化がおこることで，エントロピーを稼いでいる。その典型例が植物の光合成である。

Schrodinger（1974）は，生命は「ネゲントロピー（負のエントロピー）」を取り入れ，エントロピーの増大を相殺することで，定常状態を保持している開放定常系の存在とした。現在では，「負のエントロピー」の存在は否定されているが，開放系であるという見方は重要な指摘である。生命は，太陽エネルギーから負のエントロピーを受け取っている（エントロピーを稼いでいる）と考えれば，生命活動が熱力学的に理解できるだろう。

他にも，地球外からのエネルギーとして，太陽や月による潮汐作用によるエネルギーがあり，$3x10^{12}$W（$0.0059W/m^2$）程度あるが，太陽エネルギーと比べると４桁少ない。地球内部からのエネルギーは，$4.4x10^{13}$W（$0.08W/m^2$）となり，これも太陽放射と比べると３桁少ないものである。

では，地球のエネルギー収支において太陽エネルギーが最も重要かというと，そうではない。なぜなら，太陽のエネルギーの70％は地球の表面に吸収され温めるために使われているが，そのエネルギーの及ぶ範囲が表層部のみで，地質現象を起こすには至らない。太陽放射のエネルギー量は多いが，蓄積されることなく再放出されるため，地球の地質学的現象として，風化浸食作用への影響は与えるが，深部物質への影響はない。地球内部エネルギーは蓄積され，火山噴火として一気に放出され大きな変化を与え，後述のマントル対流として地球固体物質全体の営みを起こすことになる。

地球における深部まで考慮した地質現象は，地球内部のエネルギーに依存していることになる。固体地球の運動の原動力は，地球初期に蓄えられた過去の資産を使っていることになる。その量は，今後も地質現象を起こすに十分なものとなっている。

６　限界を理解したうえでの使用

地質学において，過去の素材を解読するために，いくつかの注意点がある。「検証不能性」と「斉一説」である。

上述したようにいくつかの手段を併用することで，過去の時代はかなり正確に決定できるようになってきた。過去であるが故に，現象や事象，個物を，その時点に遡って検証はできない。地質学的素材は，過去を知るためには不可欠の素材ではあるが，「検証不能性」があることを忘れてはならない（小出，2018c）。

また，過去を読み解くとき，地質学では斉一説（uniformitarianism）を用いられている。斉一説とは，現在起こっている現象，過程，出来事は，過去にも同様に作用していた，とする考え方である。イギリスの地質学者のハットン（James Hutton）が1795年発行の「地球の理論」

（The Theory of Earth）にて,「現在は過去を解く鍵」として提唱したものである（Repcheck, 2003)。斉一説は，過去を読み解く手段として重要で，物理学や化学の原理を地質学に適用できるという前提となるものである。しかし，過去には検証不能性があるので，導入したとしても適用限界があることを理解して用いるべきであろう。

Ⅲ　数学的概念の導入のために

地質現象への数学的概念の適用について考えていく。地質現象は,基本的に時間(以下ｔとする)に依存しているとみなせる。もし,ある時代（a）の地質現象から規則性が見出せ,関数化できて,

$$y = f(t)$$

となったとしよう。この関数式を，ａ時代だけでなく他のｂ時代に適用できないか，あるいはより普遍的にすべての時代へ適用できないか，ということを数学的に検討することが，本論文のねらいとなる。このような関数を数学的に解析する方法には，各種のものがある（註2)。数学的概念を手法ごとに整理しながら，地質学の概念への適用を模索していく。

１　地質現象の関数化：積分の概念の適用

地質学，もしくはすべての自然界の事象，現象，出来事，事物や個物において，検証可能となるのは，時間軸上で「現在」に位置するもののみである。過去に形成された事物，個物であっても，現在に残存していなければ検証不能になる。したがって，地質学が検証のために用いることのできる時間は,「ある時代（t=a)」の地質学的には微小化された時間の断片に過ぎない。これは数学の概念でいえば,「ある時代での微分」に相当するであろう。一方,「現在（t=0)」おこっている地質学的な「変化」が判明したとすれば,「現在の微小部分の変化」を読み取ったことになり，数学の概念での「t=0での微分」に相当するであろう。

「微小部分の変化」が関数化できれば，微分方程式となる。時間に関係した地質現象が継続して起こっている時，その現象は積分に相当する。この地質学的微分方程式を不定積分すれば，一般化された関数がえられることになる（図３)。地質学的関数を時間に関して積分すると，変化の総体が推定できるので，ある定まった期間で定積分したものが，地質学的な時代記述，時代の各論となる。例えば，地球初期（45億年前，t= −45億年）の大気中に酸素がほんどなかった時代から酸素が急増してきた時代(20億年前, t= −20億年)までの大気変化, あるいは地球創成期(t= −45億年）からはじまった大陸形成が現在（t=0年）まで継続しているとすれば，現在の状態は定積分値として求められる。

過去に向かって時間で定積分すれば過去のある時点での現象がわかり，未来に向かって定積分すれば未来のある時点での現象がわかることになる。検証は不能であるが，根拠をもった過去や未来の予測が可能となる。

微分積分の地質学への導入

（時間の単位はすべて億年）

積分の概念の導入：地質学的関数から

地質現象　（現在の地質学的微小変化）

$$f'(t) = \frac{d}{dt} f(t)$$

過去の地質現象の総体的表記：不定積分

$$f(t) + C = \int f'(t)dt$$

ある時代までの現象：定積分

$$f(t) = \int_a^b f'(t)dt = \left[f(t) \right]_a^b$$

例：20 億年前までの現象

$$f(20) = \int_{-45}^{-20} f'(t)dt = \left[f(t) \right]_{-45}^{-20}$$

現在まで起こり続けている斉一説的現象

$$f(0) = \int_{-45}^{0} f'(t)dt = \left[f(t) \right]_{-45}^{0}$$

微分の概念の導入：物理学的関数から

微分可能な関数

$$y = g(t) \qquad g'(t) = \frac{d}{dt} g(t)$$

独立変数が 2 つ（t, x）の場合

$$y = g(t, x)$$

1 階偏微分方程式

$$g'(t, x) = g(t, x, \frac{\partial g}{\partial t}, \frac{dg}{dx})$$

あるいは

$$\frac{g'(t, x)}{dtdx} = g(t, x, \frac{\partial g}{\partial t}, \frac{dg}{dx})$$

となるので、

$$g'_{tt} = \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial g}{\partial t}) \qquad g'_{tx} = \frac{\partial^2 g}{\partial t \partial x} = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial g}{\partial x})$$

$$g'_{xx} = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial g}{\partial x}) \qquad g'_{xt} = \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial g}{\partial t})$$

全微分形ならば

$$dg(t, x) = \frac{\partial g}{\partial t} dt + \frac{\partial g}{\partial x} dx$$

図３　微積分の地質学への適用

微積分で用いられる数学的概念で地質学に適用できような事例をまとめたもの。

対応した時代や，現在で総体的集積が起こっている場合，定積分の時間を設定することで，入手可能の地質的試料から，検証できることになる。ある時代での大きな変化が想定される時代の試料が入手できれば境界条件が決まったり，精度のいい定積分ができれば初期条件を決めたりすることが可能となるであろう。地質学的時間で不定積分したものが，一般化できた地質学的関数（モデル）となるだろう。そして初期条件が積分定数となっていく（註3）。

このような数学的視座は，地質学の概念に直結できる。

２　物理学的関数の利用：微分の概念の導入

次に，物理学における関数（関数g）のうち，時間（ｔ）に依存する

$$y = g(t)$$

を考える。

物理学における時間の扱いは，○時○分など限定された日時における関数ではなく，「不定の時間」あるいは「可逆の時間」での関数となる。この物理学的関数が微分可能であれば，微分方

程式を求めることができる。時間的制限がないのであれば，地質学的証拠のある時代ａやｂにおいて微分すれば,物理学的推定による時代ごとの変化を地質学的素材にて検証できることになる。検証作業を経て一般化できた微分方程式は，地質学的に利用できる物理学的関数，つまり斉一説的概念として利用できるはずである。

ただし，時間（t）以外に独立変数（例えばxとする）が複数ある時は，

$$\frac{f'(t,x)}{dtdx} = f(t,x,\frac{\partial f}{\partial t},\frac{df}{dx}) \quad 、 \quad \frac{g'(t,x)}{dtdx} = g(t,x,\frac{\partial g}{\partial t},\frac{dg}{dx})$$

などの偏微分方程式になる。偏微分方程式は，一般解を求めることは非常に困難になるが，特別な条件での解が必要になることがある。偏微分方程式を変数分離することで，解が求められることがある。その解が適当かどうかは，例えば，t=0を満たす初期条件や，空間的な値に対する境界条件として検討できる。

微分方程式が全微分方程式なら，一般解は，

$$f(t,x)dt + g(t,x)dy = 0$$

として求められる。このように地質学への数学の微分方程式の概念が導入可能であろう。

３　過去の地質現象：テイラー展開の利用

地質現象で時間に依存し，かつ微分可能な関数（f(t)）がわかった時，ある時代の（t=a）での値を知りたいが，値が求めることが困難な場合がある。その時，テイラー展開（Taylor series）ができれば，その時代の現象の近似式が推定できる。

テイラー展開とは，関数のある点で，導関数の無限和の形式にしたものをいう。ある時代（ｔ）の時間依存の地質現象は，テイラー展開で近似的に求められることになる（図４）。テイラー展開の特徴から，時間（期間|t|）が十分に小さければ，次数の大きな項は切り捨てて近似できる。次数を増やせば，ｔ近傍の範囲を広げることが可能となる。a=0（現在）のときは，マクローリン展開（Maclaurin expansion）となる。過去の地質現象に対して，数学の微分可能な関数に対して近似式の導入が可能であろう。

４　周期現象の解析：フーリエ解析や存否法の適用

地質現象に周期性がみられるものがよくある。周期現象の解析法として，連続関数を離散関数に分解して解析する方法や,周期性とともに時代性も同時に解析する方法などがある。以下では，それぞれの代表的な方法をみていく。

フーリエ解析の適用

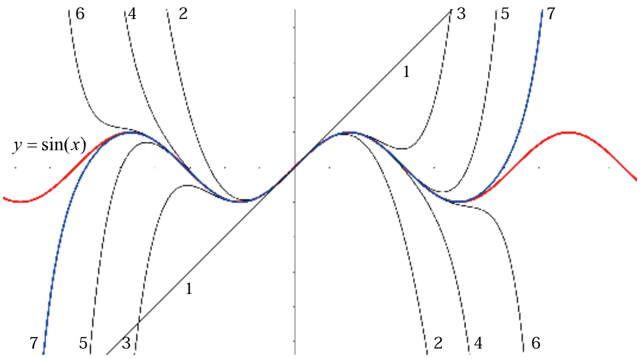
周期性の最も一般的な解法として，フーリエ解析（Fourier analysis）がある。

フーリエ解析とは，周期性のある現象をフーリエ変換（Fourier transform）することで，周期

Taylor と Maclaurin 展開

ある時代 (a) における f (t) のテイラー展開

$$f(t+a)=f(a)+(t-a)f'(a)+\frac{(t-a)^2}{2!}f''(a)+\cdots+\frac{(t-a)^n}{n!}f^{(n)}(a)$$
$$=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}f^{(k)}(a)$$



テイラー展開の例

元の関数

$$y=\sin(x)$$

1 次近似

$$y=x$$

2 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3$$

3 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5$$

4 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5-\frac{1}{7!}x^7$$

5 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5-\frac{1}{7!}x^7+\frac{1}{9!}x^9$$

6 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5-\frac{1}{7!}x^7+\frac{1}{9!}x^9-\frac{1}{11!}x^{11}$$

7 次近似

$$y=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5-\frac{1}{7!}x^7+\frac{1}{9!}x^9-\frac{1}{11!}x^{11}+\frac{1}{13!}x^{13}$$

図４　Taylor と Maclaurin 展開

テイラー展開とマクローリン展開の原理。右：元の正弦関数でテイラー展開をしたもの。t=a の時の１次近似から７次近似までを示した。左グラフ：正弦関数と近似関数。グラフの数字は次数。

性のある関数（周期関数）を振動関数（三角関数）に分解することである。フーリエ変換可能な関数は，区間的になめらかである範囲である（図５）。非周期性の関数であっても，周期関数と見なしてフーリエ解析する方法はよく利用されている。

フーリエ変換できれば，周期性のある連続関数を，離散関数（離散スペクトル）にできる。周期関数は，三角関数の和に変換でき，各三角関数の振幅と周期（角周波数）で表記できることになる（図６）。このような手法をスペクトル分析（解析）という。

深海底堆積物のボーリングコアに含まれる有孔虫の酸素同位体比から気候変化曲線が描かれるようになった（図７）。横軸は精度の良い年代決定がなされているので，周期の年代値が求められる。示した例では，500万年分ほどの気温デー

Fourier 解析

フーリエ展開

（関数 f(x) が、区分的になめらかである時フーリエ級数で表せる）

$$f(x)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

フーリエ級数

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx$$

項目微分　（区分的に滑らか、かつ連続ならば項目微分が可能）

$$f'(x)=\sum_{n=1}^{\infty}(-na_n\sin nx+nb_n\cos nx)$$

項目積分　（区分的に連続ならば項目積分が可能）

$$\int_0^x f(t)dt=\frac{1}{2}a_0x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{n}+\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{a_n}{n}\sin nx-\frac{b_n}{n}nb_n\cos nx)$$

図５　Fourier 解析

一般的なフーリエ展開の式。区間的になめらかである時，関数の振幅（an,bn）と周期（n）の異なった正弦関数と余弦関数の総和で示される。そこから振幅（an,bn）と角周波数（n）の離散的値として示される。図６を参照。

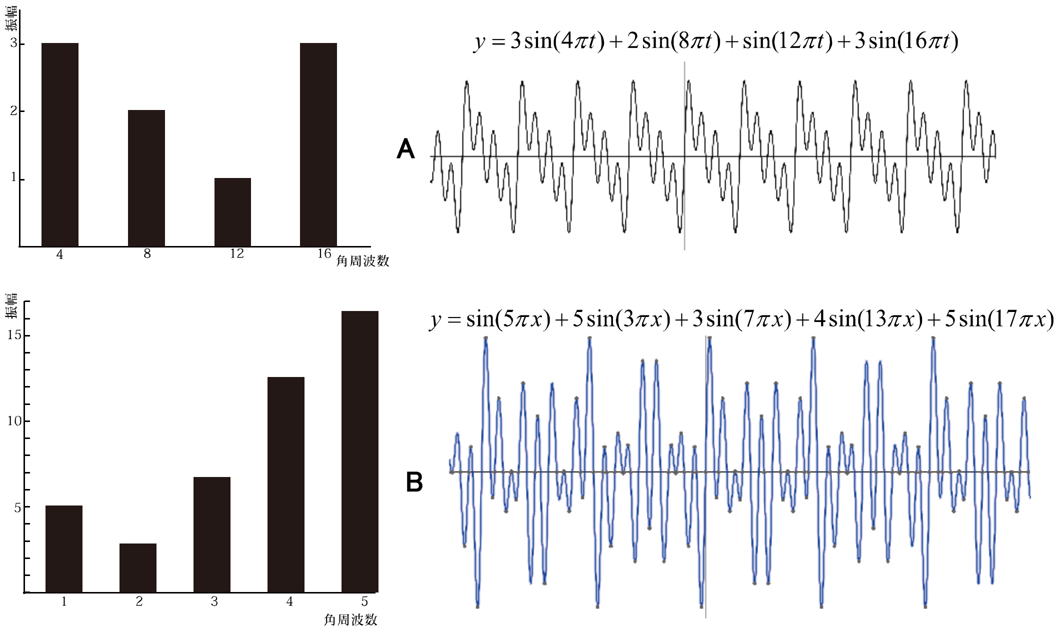


図６　Fourier変換の例

右：ＡとＢ２つの周期関数（式とグラフ）。左：フーリエ変換したとき，抽出された振幅と各周波数の頻度図。複雑な波形をもったものも周期性があればフーリエ変換で離散化（スペクトル解析）できる。

タがあり，そこから周期性を読み取ることができる。この事例では，最近の100万年間は10万年周期の変動が，それ以前の260万年前までは４万1000年周期が認められることがわかってきた。同様の試みは各地のアイスコアでもおこなわれており，周期の存在は検証されている。

周期的な気候変動はミランコヴィッチ・サイクル（Milankovitch, 1930）で説明されることが多い。地球軌道要素の周期的変化による緯度ごとの太陽放射量の変動を計算して，その周期性が

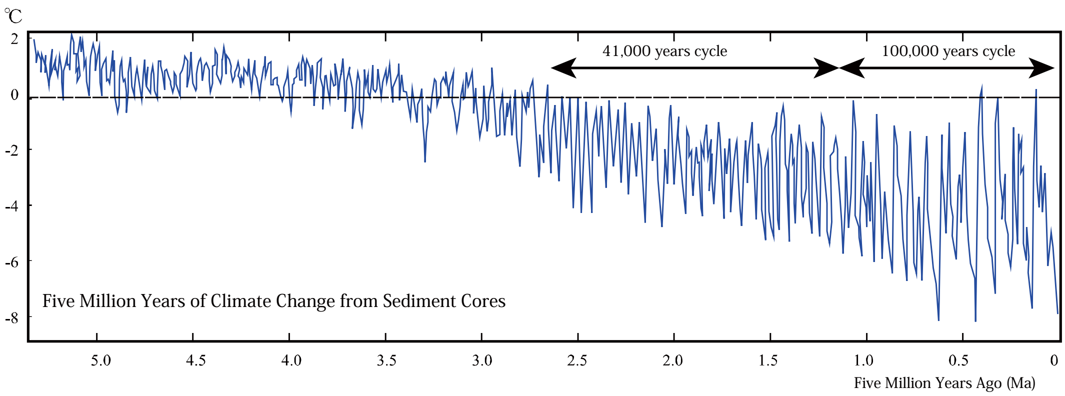


図７　周期性の解析事例

横軸：百万年前。縦軸: 地球上の氷床量の指標から温度を推定したもの。500万年分の堆積物からえられた温度変化を気候変動と見なして周期性を解析することで，10万年と４万1000年の周期が見いだされてきた。データは，Lisiecki and Raymo (2005a), Lisiecki and Raymo (2005b), Lisiecki and Raymo (2005c), Petit et al. (1999) による。

気候変動の原因になるものと考えられた。地球の軌道要素として，地軸の傾き（周期4.1万年），公転軌道の離心率（周期10万年），地軸の歳差運動（周期2.3万年と1.9万年）の４つの周期が読み取られている。

年代決定の精度の悪い古い地層にも周期性を持ったもの（例えば，層状チャートやタービダイト層など）が多数あるが，その形成機構（例えば，堆積機構など）に周期性があると仮定すれば，フーリエ解析が利用できることになる。スペクトル解析をすれば，その値から考えられる現象の周期と比較（例えば，気候変動，生物絶滅，地震，大洪水など）することで，えられた周期性の意味が理解できる。

存否法

フーリエ解析は，単調に継続する周期現象を解析するのに便利であるが，自然現象には周期性と時代性（時系列変化）が混ざったものがある。そのようなものを解析する方法のひとつとして，存否法（Sompi Method）がある。時系列変化は，短期の自己相関と傾向変動（トレンド），周期変動，不規則変動（外因性変動），そしてホワイトノイズによって構成されていると見なされている。そのような時系列データを，ある時間（ｔ）の値を，それより古いデータを用いて回帰する自己回帰過程（AR過程）と呼ばれる手法があり，それを発展させたものが存否法である（Kumazawa et al., 1990）。

存否法は，地質学でよくみられる時間（ｔ）とともに周期現象が変動していく現象を解析するために開発されたものである（山本, 1986）。周期関数（cos）と指数関数の積になっているため，フーリエ変換より解析は困難であるが，時系列データのスペクトル解析法となっている（Hori et al., 1989, Matsuura, et al., 1990）。現在では，他の分野にも適用されている（例えば，山本ほか，2013など）。

存否法は，波形データを波素（なみそ）に分解し，以下のパラメーターで表現していく。

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n} A_i e^{2\pi g_i t}\cos(2\pi\omega_i t+\phi_i)$$

と示される。ここで，Aiは初期振幅（initial amplitude）で，giは成長率か減衰率（growing rate），ωiは周波数（frequency），ϕiは初期位相（initial phase）となる。この４つの値を求めることで，周期性とともに時間依存性のある成長率（減衰率）も同時に求める方法である。

他にも周期性を解析する方法は，いろいろとあるだろうが，時代性を抽出できる存否法は，地質学においては有効となるであろう。

地質現象における周期性は，フーリア解析や存否法が適用できる。ただし，周期や変化（経時変化，成長率，減衰率など）の値は，あくまでも数値処理された結果としてえられたものであり，自然界での因果関係や必然性は，地質学的に検証が必要となる。可能性の一つと考えるべきであるが，周期性を数学的に定量化できる方法として有効である。

５　スケーリング則（冪乗則）

統計的分布は，平均値の周りに左右対称にベル型の正規分布（normal distribution, Gaussian distribution）をするものが多い。正規分布は，

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{(-\frac{x^2}{2})}$$

と表せる。しかし，自然界には正規分布しない現象も多い。規模の小さいものは多く，大きくなるとともに頻度は少なくなるという自然現象が多々認められる。例えば，地震のマグニチュードの大きさと頻度には冪乗関係があり，Gutenberg-Richter則として知られている（例えば，泉宮ほか，2013など）。正規分布しない現象を考えるとき，冪乗分布（power law distribution）として考えるとうまくいくことがある。冪乗分布とは，現象の２つの観測量（規模と頻度，あるいはサイズと頻度）が冪乗に比例するという関係がある。このようなものをスケーリング則（scaling law），あるいは冪乗則（power law）と呼ばれている。

冪乗分布は，冪乗関数として

$$f(x)=bx^{-a}$$

と書け，ここで，ａはスケーリング指数（scaling exponent）と呼ばれる。一方，似た関数として指数関数があり，式は

$$f(x)=be^{-ax}$$

となる。冪乗関数は，指数関数と形式は似ているが，性質は異なっている。冪乗関数は，度数分布や頻度分布が，冪乗で減少する（図８左）。また，冪乗関数の両辺の対数をとると，

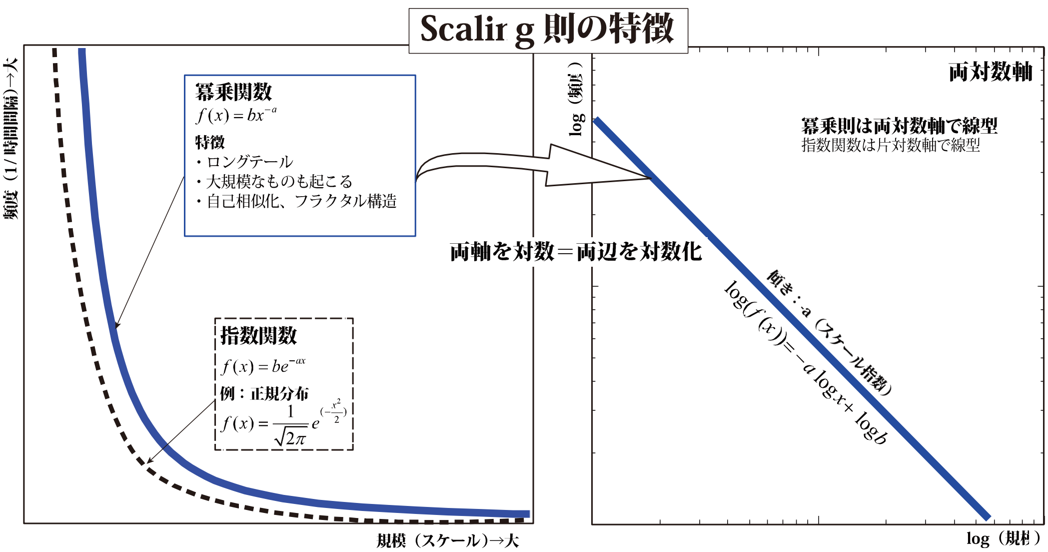


図８　スケーリング則の特徴

左：通常軸。冪乗関数と指数関数の特徴を示した。右：両対数軸。冪乗関数は直線となる。

$$\log(f(x)) = -a\log x + \log b$$

となることから, 両対数軸でグラフにすると直線となる(図８右)。この図でスケーリング指数(a)が直線の傾きなる。一方，指数関数は片対数軸のグラフで線型になることから，冪乗関数は指数関数とは明らかに異なった特徴をもっていることになる。

自然現象でスケーリング則に従うものとして，衝突する隕石のサイズと頻度（諸田・平田，2015）や火山噴火の規模と頻度（中田，2015），斜面崩壊，雪崩，河川の氾濫などの大規模な自然災害の規模と頻度など，さまざまな現象が知られている。

また，生物の計測された２つの指標の間には，冪乗の関係があることが知られている。アロメトリー（allometry）と呼ばれ，身長は体重の１／３乗，体表面積は体重の２／３乗，代謝は体重の３／４乗に比例する（Schmidt-Nielsen, 1984)。近年では情報科学の分野でも，スケーリング則がよく知られ，使われるようになってきた（例えば，井上，2010，市川・小林，2011など)。スケーリング則と似たものとして，頻度と順位の関係はジップの法則（Zipf law）や，経済学において全体の大部分は一部の要素が生み出しているパレートの法則（pareto law,80:20の法則，ばらつきの法則，働きアリの法則とも）などと呼ばれ注目されている。

冪乗関数は，スケーリング指数によっては平均値や分散の値など分布を特徴づける値が存在しないことがある。このような特徴はスケール不変性（scale invariance）と呼ばれる（梅野，2020)。また，確率密度関数を考えると，確率の値に関係なく定数倍すると元の関数に一致するという性質がある。冪乗分布の累積分布もまた冪乗分布になる。これは「部分が全体と比例する」ことになり，対象のスケールを変えてもその特徴が変化しない性質のことで，自己相似性（self-similarity)，あるいはフラクタル構造（fractal structure）もっていることを意味する。

指数関数は一気に減少するが，冪乗分関数は規模の大きな現象も頻度は小さくなるが，起こる確率は下がりにくいという特徴がある。このような減少のしかたはロングテール（long tail）とも呼ばれている。稀にとんでもなく大きな値が出現することになる。これまで起こらなかったとしても，今後も起こらないとはいえない。地震や火山などでは，実際，超巨大の規模のものも起こっていることから，この特徴は重要な意味をもっているであろう。想定外，予想外の規模の自然現象は稀ではあるが，起こる可能性を常に意識しておかなければならない。ただそれぞれの自然現象の原因は異なっているはずで，分布の類似性は経験則となる。そのため，個々に因果関係を追求すべきである（伊東，1991)。

このスケーリング則の数学的概念を考えていくと，経験則だけでなく，数学法則や物理法則の背景に存在する特性が見えてくる。長さを２乗すれば面積に，３乗すれば体積になる。生物アロメトリーでは，身長は長さのスケールで，体表面積は長さの２乗になり，体重は密度に体積をかけたものとすれば，長さの３乗となっているとみなせる。スケール則は背景の変数の次元が関係していることが理解できる。同様に重力もクーロンの法則も距離の-２乗に比例する。力（重量，クーロン力）が伝わるのが２次元の面状と考えれば減衰の次元も，-２乗に比例すると理解でき

る。現象の背景に冪乗関係をもっていることが推定できれば，そこにはスケーリング則の特徴が隠されていることになる。

さらに，自然現象がスケーリング則になっているということは，スケール（図では横軸のエネルギー，規模などのこと）と頻度（縦軸，回数，数など）の関係が冪数関数に近似できるというである。ここで，頻度とは，１／（時間間隔）に比例することを意味し，時間の逆数と見なすことができる。地質学的に考えると，過去に起こった冪数関数の現象は，時間的には不規則で予測困難で，規模に制限はなく大規模なものもいつでも起こりうることになる。

６　ベイズ統計：仮説演繹法

数学には数学的帰納法があり自然科学にも帰納法があるが，両者は同等ではない。数学的帰納法は抽象化されているので，概念内で例外検索も可能となり，反証も入手可能となり証明法として論理的正当性がある。一方，自然科学では，枚挙的に事実を集めて帰納する方法（枚挙的帰納法という）を取らざるえないので,完全な証明は不可能となる。これは致し方がない現状となり，自然科学の大きなハンディとなる。

自然科学では，（不完全）帰納法による作業仮説の抽象と，演繹法による仮説の検証作業を，繰り返しながら仮説の「確かさ」を高めるという手法を用いている。このような論理構造は「仮説演繹法（hypothetic deductive method）」と呼ばれている。作業仮説の抽出過程は，論理学ではパースが提起した科学的探究方法で，仮説的推論，アブダクション（abduction）と呼ばれるものになる。このアブダクションは，とりあえずは根拠などは気にせずに自由な発想で作業仮説を設定しておき，演繹することで確かさを示していくことになる。完全な証明や検証は不可能ではあるが，新しい仮説提示と検証性をもった方法となる。

統計学でも，アブダクション的手法としてベイズ統計がある。これから起こる事象（A）の確率（P(B|A)）は，事後確率（posterior probability）あるいは条件付き確率（conditional probability）と呼ばれるものを，事前の事象（B）の確率（P(B) 事前確率prior probability）から求めることになる。ベイズの定理として，

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \mid B)P(B)}{P(A)}$$

が用いられる。現在わかっている情報から，これから起こること（まだ検証していないこと）を推論していく方法である。検証でえられたデータがあれば，そのデータも加えながらさらに計算を繰り返していくものである。このような仮説演繹を繰り返しながら，より正しい値へと近づくための統計的手法となる。まさに，自然科学がおこなっている仮説演繹法である。

また，既知の集団が正規分布しているときは，分散が未知の母集団に対してもベイズ統計を用いることができる。そのような推定を尤度関数（likelihood function）として，求めることができる。自然現象の内，正規分布N（μ, σ^2）する現象に関して，互いに独立なデータ，y_1,

$y_2,...yn$があれば，尤度は，

$$\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\sigma}}e^{(-\frac{(y_i-\mu)^2}{2\sigma^2})}$$

となる。ここから，平均μや分散σ^2が推論できる。

ベイズ統計の手法は，自然科学の一般的に用いられている仮説演繹法を統計学的根拠に基づいておこなっていくもので，今後自然科学への導入が期待される。

7　地質学への数学的概念の適用のために

ここまで述べてきた数学的概念を，図９にまとめて示した。ここでは，時間軸において現時点をゼロ（０）として，過去の現象はすべてマイナスの値とする。

まず，地質現象として関数化できるものがあったとした時，それが微分方程式かそれとも一般関数かに分けられる。両者は微分と積分とを介して変換できる。関数は，地質現象の一般則であるが，それがどの時代でも通用するものであれば，「普遍的仮説」となる。この「普遍的仮説」の発見が，関数化できる地質現象での目標となる。

物理学や化学の普遍則を，過去に適用するには，斉一説を前提としなければならない。現在入手できる地質素材からは，時間の不可逆性により厳密な検証は不可能である。ある時点での微分方程式から一般則を導き出すために，不定積分することになるが，えられた関数は斉一的地質現象を示していることになる。積分定数を決定するために，どこかの時代の地質学的素材を見つけて検証をしていく必要があるが，時間の不可逆性が存在するため断片的な検証となる。

だが微分方程式で記述できる現象があるということは，現在の地質現象へも適用可能な仮説の可能性がある。積分の概念を適用していくと，ある時点（$t=t_a$）から別の時点（t_b）までの現象は，微分方程式を定積分すれば，その時代まで蓄積された地質現象の集積とみなせる。ある時代（t_aからt_bまでの間）の地質学的素材があれば検証可能となる。もしある時点から現在まで続いている現象があれば，現在（t_0）の地質学的素材で検証可能である。

時間と他の現象とが関係した関数になる場合，偏微分方程式となり，一般に解をえるのは困難になる。つまり，これは斉一説の適用限界に通じるものとなる。だが，特別な場合には偏微分方程式が解け，初期条件や境界条件を求めることが可能なこともある。

微分可能な関数であれば，ある時点（t_a）での近似はテイラー展開することで，求めることが可能である。これは，ある時点（t_a）の地質現象で検証でき，その時点（t_a）という限定はつくが斉一説への証拠が提示できることになる。また現在（$t=t_0$）では，マクローリン展開をすれば，現在起こっている現象で検証できる。

関数化できない地質現象も多々存在する。その中で周期性があるようにみえる地質現象は，フーリエ変換によって，離散処理によって周期を抽出することができる。時代によって系統的に変化をするものについても，存否法をもちいることで時系列変化と周期を同時に求めることが可能と

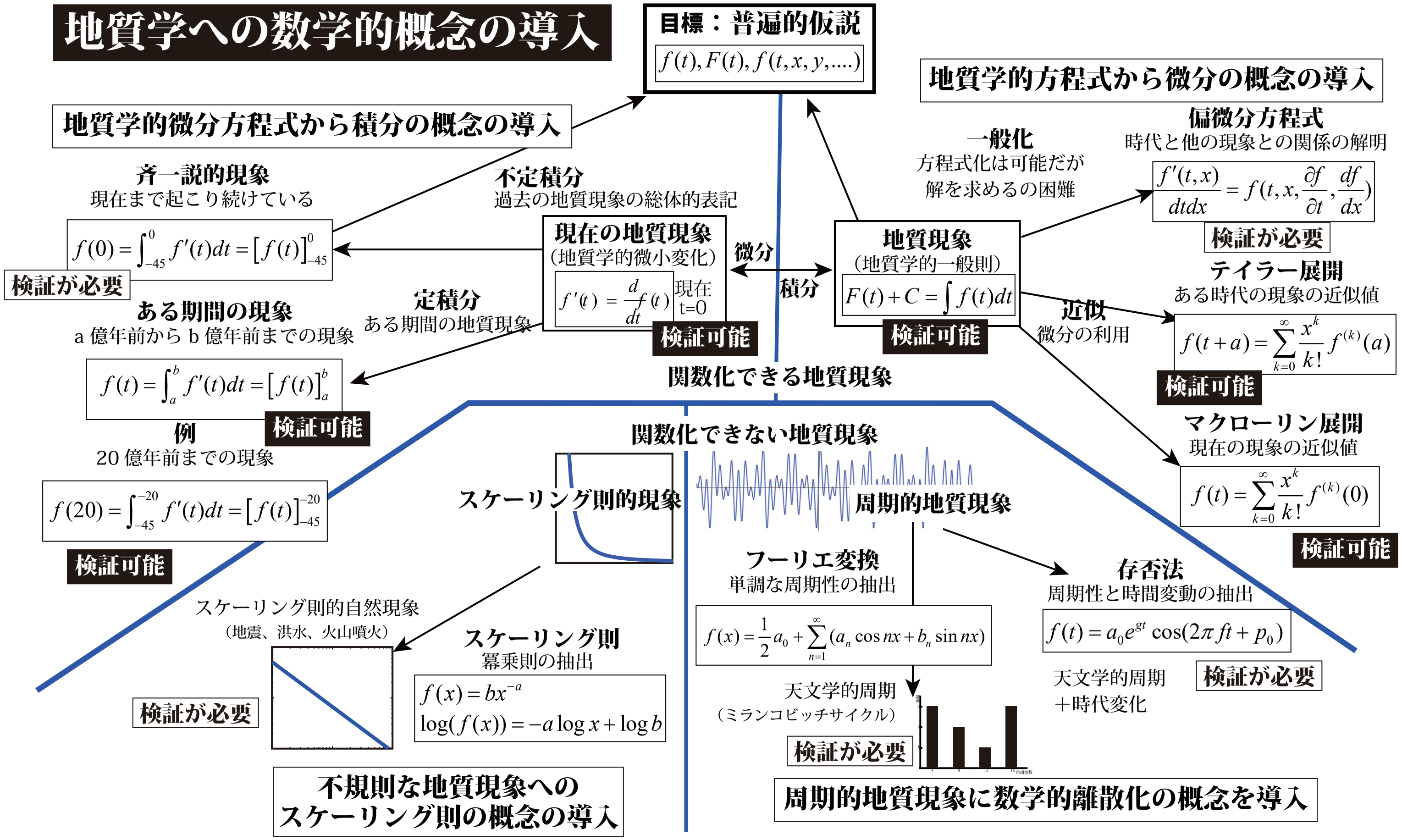


図９　地質学への数学的概念の適用

各種の数学的概念を地質学へ導入するための概念図。上部：関数化できるもの。微分方程式と一般関数に区分。微分と積分で変換可能。地質現象の一般則として普遍的仮説が目標。下部：関数化できない地質現象。下右：周期性地質現象のフーリエ変換や存否法でスペクトル分析可能。下左：周期性不明瞭なスケーリング則的現象はスケーリング指数で特徴が記述可能。

なる。ただし，えられた離散的値は，別の根拠（ミランコヴィッチ・サイクルのような天文学的周期など）で検証していかなければならない。

周期性が不明瞭な現象で，単純な統計処理（正規分布するもの）ができないものであっても，冪乗分布しているものは，対数化することで規則性を見出し，特徴をスケーリング指数で記述できる。だたしスケーリング指数の意味についても，十分な検討，検証が必要になる。

数学の概念の中には，さまざまなものがある。ここで示した数学的概念は，広い数学の分野からいうとほんの一部にしか過ぎない。そような数学的概念にはまだまだ，地質学の考え方に導入できるものもあるだろう。

Ⅳ　地質学への数学的概念の導入

いよいよ数学的概念の地質学への導入を検討していくことにする。数学的概念を他分野へ適用するため，隠喩的は言い回しになっていたり，難解な表現になっていたりすることもある。例えば，「微分方程式から一般則を導き出すために，不定積分することになる」などという書き方をしてきた。だが，数学的概念の導入は，地質学的現象に新たな視座を与える試みとなるはずだ。

1　テクトニクスの構成と構造

地質学における総合的モデルとして「テクトニクス（tectonics）」を考えていく。テクトニクスは，主に地球の固体部分の運動論にもどつくモデルである。そこにはマグマや流体，大量の海洋や大気など固体以外のものの運動や相互作用も組み込まれている。テクトニクスの対象は，地球に存在する物質（固体，液体，気体，有機体）や電磁気までのすべてになる。テクトニクスが営まれる空間（場）は，地球全体（中心核からマントル，地殻，生命，海洋，大気，磁気圏），あるいは形成場としての惑星空間も含まれる。時間軸は，地球誕生（45億年前）から現在まで，時には地球の形成場として，誕生以前の太陽系（45億年前より以前）から，プレート運動の未来予測などから未来までも伸びる。

テクトニクスとは,地球（その周辺も含む）の時空間で,多様な物質（物質でないものも含む）が,どう運動し，どう変遷していくのかを総合的に考えていく仮説体系である。テクトニクスは，さまざまな地質学的仮説が集合したものになり，体系化されたひとつの仮説でもある。個々の仮説には,検証が不十分なものや，他の仮説に立脚した仮説（循環論法，パラドクス）もあり，その信頼性もさまざまである。テクトニクスは,地球を考える上で重要な仮説集合体として「パラダイム」になっている。現在,テクトニクスとしては,「プレートテクトニクス（仮説）」と「プルームテクトニクス（仮説）」が主流となっている。両者は対抗する仮説ではなく，プルームテクトニクスはプレートテクトニクスを内包しているので，プルームテクトニクスが地質学の中心的パラダイムとなっている。

プルームテクトニクスは，地球から生まれた仮説で，地球に適用されている。しかし，テクト

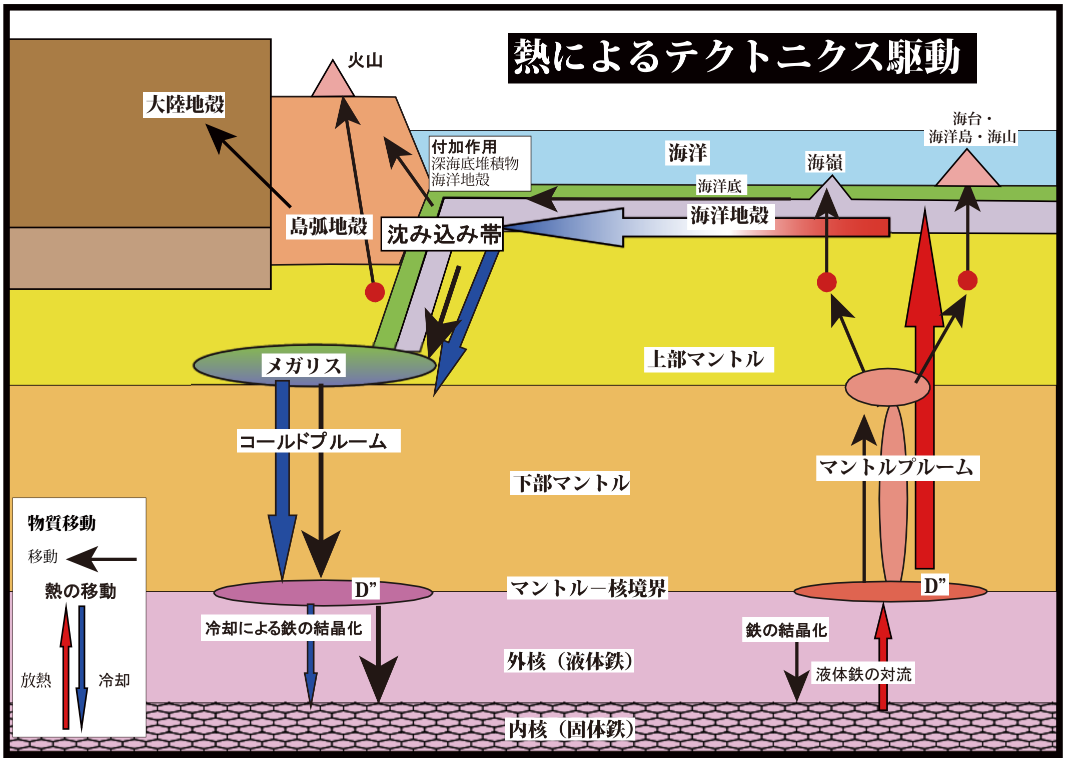


図10　熱によるテクトニクスの駆動

地球内部の熱循環と物質循環を模式的に示したもの。細い黒矢印：物質移動。赤矢印：放熱過程。青矢印：冷却過程。赤丸：溶融過程。

ニクスをより一般化したもの，あるいは場合分けが必要かもしれないが，より汎用なものにしていけば，他の天体へも適用可能な「普遍的テクトニスクス」となるであろう（小出，2020a）。

2　テクトニクスの原動力：熱放出

テクトニクスを考える場合，その原動力が問題になる。前述したように地球では，形成時の重力エネルギーが地球内部の核内に蓄えており，現在も外核の液相として蓄えられている。外核の金属鉄が，固化して沈降していく時，熱エネルギーとして放出される（図10）。

熱エネルギーは，マントル物質を通じて，外に向かって伝わっていく。マントルは岩石から構成されているので断熱性は高いが，岩石が高温になると粘性が小さくなり可塑性を持つため，ゆっくりと流動するようになる。暖かいマントル物質は密度が小さいので浮力で上昇していく。この上昇流はマントルプルームと呼ばれる（末次，2018）。マントルプルームによって，熱が地球表層に向かって移動していくことになる。

マントル対流の上昇流が表層近くに達すると，圧力低下による岩石の溶融がおこる。マントルプルームによるマグマは，巨大な火成岩体や中央海嶺などを形成して，熱を放出し続ける。中でも中央

海嶺はもっとも大量のマグマを定常的に形成しているため，熱放出の場としても重要となる。海嶺の火成作用で海洋プレートが形成されると，マントル対流は水平移動をはじめることになる。海洋プレートは，海底を移動しながら冷却していく。能動的に形成移動する海洋プレートと，後述のように受動的に移動する大陸プレートによる運動像としてまとめた仮説が，プレートテクトニクスである。

冷却された海洋プレートは，新しい海洋プレート（古い海洋プレートより密度が小さい）や島弧プレート，大陸プレートなど，より密度が小さいプレートにぶつかると沈み込んでいく。沈み込んだ場所には，海溝が形成される。海溝で沈み込んだ海洋プレート（スラブ）は，マントルへの下降流となる。ただし，マントル内で鉱物の密度の逆転する条件があるため（例えば，飯高，2002など），マントル遷移帯（上部マントルと下部マントルの境界）でスラブが留まるということが起こりうる（川勝，2002）。そこでは，スラブが集合した大きなメガリス（megalith）が形成される。ある期間たまったメガリスでは，結晶の相転移が進むことで高密度になる。やがてメガリス全体が周りより密度が大きくなることで，下部マントル内を落下していく。これが，コールドプルームとなる。マントルの底まで落ちたメガリスは，外核を冷却することになる（冷たいD"となる）。またメガリスが落ちてくると，物質収支をとるために，もっと上昇しやすい部分，つまり密度の小さいマントル物質の部分（暖かいD"）が上昇していくことになる。そして，マントルプルームが形成されていく。このマントル内のサイクルが１億から２億年ほどで起こると考えられている（丸山，2002）。

マントル内で上昇するマントルプールと下降するコールドプルームが，マントル全体の対流となる。プルームによる対流運動は，熱放出という現象が地球全体を通じて起こっていることを意味する。地球創成期に内部に蓄えられた熱が外に向かって移動するという放熱が，テクトニクスを現在も駆動していることになる。熱機関としてマントル対流による運動像が，プルームテクトニクスの仮説となる（Maruyama, 1994，丸山，1993；1997，丸山ほか，1993）。

プルームテクトニクスは，可塑性物質が熱対流するので，マントル物質の各種条件（密度や粘性など），マントルの条件（温度，圧力など）による運動方程式と熱力学的な取り扱いで，地球物理学的シミュレーションがなされている。しかし，本論で注目しているのは，数学的手法の適用ではなく，数学的概念の導入である。

Ⅴ　テクトニクスへの数学的概念の導入

プレートテクトニクスは，地球表層で起こっている運動なので，実証しやすい仮説となる。以下の地質現象のモデルは，小出（2020a）の総括をもとに示している。

1　重要な地質場への導入

プレートテクトニクスにおいて，沈み込み帯，島弧，大陸という地質場は重要である。それぞれの場における仮説が，数学的概念を適用してどう体系化されているのかを見ていく。以下で述

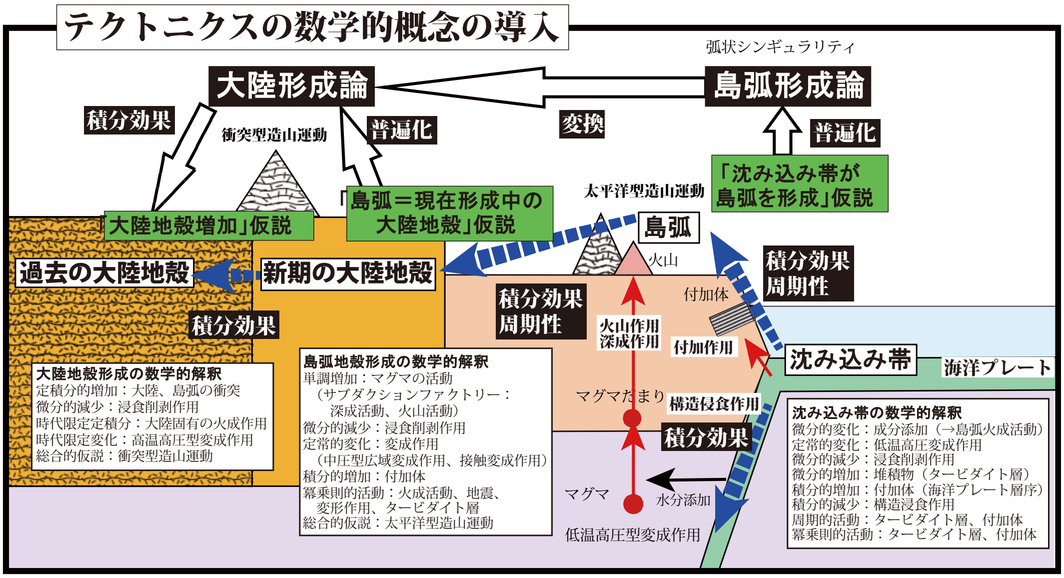


図11　テクトニクスの数学的解釈

プレートテクトニクスにおける沈み込み帯，島弧，大陸の場での数学的概念の導入。

べる概念を図11にまとめた。

沈み込み帯

海洋プレートの沈み込みに伴っておこる現象は，地質学的微小変化とみなせ，微分の概念が導入できる。

「定常的変化」として，海洋プレート（スラブ）内での「低温高圧変成作用」がある。これは沈み込み帯を特徴づける変成作用であり，変成条件の変化（スラブの深度）に応じて，スラブ内で常に起こっている現象となる。沈み込むスラブで圧力増加が起こると，含まれていた流体が絞り出され，島弧下のマントル（ウェッジマントル）へ供給される。成分添加によってマントルではカンラン岩が溶融し，島弧マグマが形成される。これが島弧火成活動の必然性へとつながる。

沈み込み帯の陸側では，プレートの衝突に伴う圧縮応力によって，隆起や変形が起こる。圧縮応力は，島弧内の変形作用だけでなく，継続的に起こるため大規模な造構運動を伴う造山運動の原動力ともなる。

隆起した陸地は，微分的減少として浸食削剥作用を受けることになる。砕屑物は海底で堆積物となり，最終的にタービダイト層として大陸斜面や海溝付近へと運ばれ微分的増加となる。浸食削剥とタービダイト層は原因と結果の関係なので，時間差はあるが，物質量の変化としては相殺し合う関係となる。沈み込みに伴う応力によって，堆積物（タービダイト層）と海洋地殻からなる「海洋プレート層序」が陸側に「付加体」として付け加わり，積分的増加となる。タービダ

イト層は，砂岩泥岩の互層なので，繰り返しタービダイト流が発生していることになる（小出，2014）。また，付加体は継続的な作用によって（小出，2012;2013），繰り返し形成されていく。いずれも周期性のある形成機構となるので，周期，振幅（頻度），成長率，あるいはスケーリング則などによる解析も可能であろう。

沈み込み帯では，沈み込みに伴う構造浸食作用が起こっていることも知られ，積分的減少となる。地球全体としては，付加作用より構造浸食作用が起こっている沈み込み帯が多いとされている（小出，2019b）。もしそうならば，現在の沈み込み帯は，積分的減少が勝っていることになる。だが，地域ごとの沈み込み帯で，付加作用と構造浸食作用の値を決定していく必要がある。後述するが，大陸地域には過去の沈み込み帯で形成されたもの（変成岩や海洋プレート層序など）が見つかっているため，すべてが構造侵食作用で消滅するわけでなく，地域によって残存することもある。

地域の沈み込み帯ごと，そして時代ごとに，その変化量や特性を抽出できれば，沈み込み帯の総合的作用として普遍化ができるであろう。

島弧

沈み込みという運動によって，島弧火成作用，応力に伴う変形作用，付加作用もしくは構造浸食作用が必然的に起こることが示された。

島弧の火成活動は，沈み込みが起こっている限り継続するため，積分的増加になる。マグマの活動場によって，表層では火山活動が，深部では深成活動となる。火山活動は同時代に地表で起こるため検証には有効である。深成活動は同時代の検証は不可能で，浸食削剥されて露出したときに検証対象となる。このタイムラグと浸食量には注意が必要である。

継続して沈み込みが起こると，付加体が次々と形成されるため，やがて過去の古い付加体が島弧の構成物となっていき，積分的増加となる。一方，微分的減少として浸食削剥作用が働くために，島弧の高まりは常に減少し続けることになる。したがって高い山並みを有する島弧は，沈み込みが継続するため，圧縮による山脈形成と付加体形成，島弧火成活動で，現在の高まりをつくる活動が起こっていると判断できる。

火成作用と応力によって島弧深部では，定常的変化として変成作用が起こっている。中圧型広域変成作用が島弧の特徴となる。また，島弧火成活動による深成活動も定常的に起こっているので，深部の深成岩体周辺では規模は小さいが接触変成作用も常に起こっている。

島弧では，火成活動はスケーリング則的活動といえる。同じくスケーリング則的活動に地震があるが，地震は地下の岩石が破壊されておこっているため，変形作用にもスケーリング則が記録されている可能性がある。タービダイト流の発生も地震が契機なることもあり，タービダイト層の形成の背景にもスケーリング則が隠されているかもしれない。

島弧のさまざまな活動は，すべて沈み込みを駆動力として起こるものとなる。沈み込み帯がそうであったように，島弧活動も地球の熱機関に基づく必然性をもっていることになる。さまざま

な島弧の活動を時間軸にそって系統的にまとめられた総合的仮説が，「太平洋型造山運動」となる（丸山ほか，2012）。

島弧は，海嶺と比べると特異で，沈み込みに伴う複雑で多様な作用が起っている。島弧は，沈み込み帯での海洋プレートの消滅という消失点と，島弧地殻の形成という生成点との両方の性質を併せ持つ特異な場，特異点（singular point, singularity）となるため，「弧状シンギュラリティ」（arc singularity）と呼ばれた（小出，2020b）。

大陸

大陸プレートとは，上部に大陸地殻をもったプレートと定義できる。したがって，大陸プレートの生成は，大陸地殻の生成を伴わなければならない。ところが，大陸地殻の形成は，地球の冷却過程や熱機関から，必然的に導かれるものではない。もし，大陸地殻の生成に，なんらかの必然性があることが検証できれば，プレートテクトニクスが完成することになる。ただし，そう単純ではない。なぜなら，大陸地殻が現在直接形成されている場がないからである。その課題については次節で検討するので，以下では，大陸形成の数学的概念の導入について見ていく。

大陸で時期が限定される変化として，大陸深部での高温高圧型変成作用が挙げられ，時代限定の変化となる。限定された時期とは，大陸同士，あるいは大陸と島弧の衝突時に形成されるもので，大陸固有の作用となる。衝突現象は，時代限定の積分的増加となる。

量は少ないが大陸固有の火成作用も起こっている。古い時代にのみ起こっているもの（コマチアイト，アノーソサイトなど）や，ある特異な時期（リフト帯の火成活動，アダカイト，カーボナタイト，キンバーライトなど）に起こっているものには，定積分的変化と考えられる。

他の陸地と同様，微分的減少として浸食削剥作用が起こる。ただし，衝突時の応力が最も働いている時に，山脈はもっと高くなり，そこでは浸食作用が激しくなる。

時間軸にそった大陸地殻形成過程を系統的にまとめた総合的仮説として，「衝突型造山運動」が提唱されている（丸山ほか，2012）。

大陸の岩石はさまざまな時代の岩石から構成されている。最古の大陸地殻は，38億年前（もっとも古い大陸地殻の痕跡は44億年前から存在する）から存在している（Bowring and Williams, 1999，Wilde et al.,2001,）。大陸地殻の岩石の古さを考慮すると，大陸地殻の形成は地球の重要な特徴となり，「衝突型造山運動」あるいはテクトニクスの一環として説明されるべきである。これについても次項で考えていく。

２　大陸形成論の数学的解釈

島弧と大陸はどんな関係になるのかについては，これまで言及していなかった。以下ではその関係について考察していく。

海洋プレートの沈み込みによって各種の作用が起こり，沈み込みに駆動されて島弧の各種作

用も起こった。沈み込みに連動して島弧の作用が必然的に起こっている。島弧での火成作用には，沈み込みに由来する「サブダクションファクトリ」仮説が，巽らの一連の研究で明らかになってきた（巽，2003;2004，Tatsumi, 2000;2005，Tatsumi and Stern, 2006，Tatsumi and Takahashi, 2006，Tatsumi et al., 1983など）。島弧での生成・増加の概念を，時系列での変遷史とした「太平洋型造山運動論」が，「島弧形成論」となるであろう。

島弧と沈み込み帯は，地理的にも地質学的にもその関連が明瞭であったが，島弧地殻（海洋プレート上に形成されたものを想定）と大陸地殻には，明らかに違いがあり，両者の因果関係に必然性が存在しうるのかが，問題となっていた。

大陸の火成岩類は，島弧のものと類似の岩石構成，化学組成をもっていることは，以前から指摘されてきた（Aramaki et al.,1970，Takahashi, 1983，巽，2003;2004）。火成岩以外でも島弧地殻の構成物と大陸地殻のものが比較され，類似性が明らかになってきた（小出，2020b）。その結果，島弧は現在形成中の大陸地殻ではないかという「島弧＝現在形成中の大陸地殻」作業仮説が提案された（小出，2020a）。

「島弧＝現在形成中の大陸地殻」仮説を時間で不定積分したものが「島弧形成論」となる。「島弧形成論」は，プレートテクトニクスが働いている限り，地球のどこに沈み込みが起こり，そこでは島弧が形成され，必然性が担保されている。プレートテクトニクスからは直接大陸地殻の形成が導き出せないが，島弧を介して必然性を生み出せることになる。「島弧形成論」は「大陸形成論」につながり，島弧は重要性な地質学的位置づけを持つことになる。島弧は，沈み込み帯と大陸形成を結びつける地質学的連結点となる。

衝突型造山運動の過程は，島弧地殻や大陸地殻の存在を前提とすれば（「島弧＝現在形成中の大陸地殻」仮説が正しいという前提），プレートテクトニクスから必然的に導かれるものとなる。島弧地殻の形成過程に，大陸と島弧の衝突を加えたものが「衝突型造山運動」となっている。「衝突型造山運動」も，「大陸形成論」の一部となる。

以上の仮説群の連環から，島弧での大陸を生成するメカニズムは，最古の大陸地殻の岩石が形成された時代から現在まで，大陸地殻に質的変化がなければ，継続的に起こっていることになる。「島弧形成論」は「大陸形成論」において，過去から現在までの時間的連結の鍵を握っている。

3　大陸地殻増加仮説の数学的解釈

大陸地殻の岩石は，マントルのカンラン岩より密度は小さく，一旦形成された大陸岩石は地表に存在し続けるという「大陸地殻増加」という物理学的仮説も斉一説として成立する。ところが，沈み込み帯での作用の中には，構造浸食作用があり，島弧形成後であっても，減少・消滅の作用が激しく起こることが指摘されている（山本，2010）。「大陸形成論」としては，大陸地殻が増加しているのか，それとも減少し続けてやがては消滅していくのか，その判定が重要になってくる。

このとき微積分の数学的概念が役に立つことになる。「島弧形成論」において，構造浸食作用

による変化量の関数を微分した時の係数は「マイナス（減少）」となり，付加作用や島弧火成作用の合計（島弧地殻形成）は微分係数が「プラス（増加）」になる。島弧地殻の構造浸食量と島弧地殻形成量における微分係数の合計が，島弧地殻の増減の判定基準となる。だが付加作用と島弧火成作用も沈み込みに関連するとなると，偏微分方程式になるかもしれないので，一般解をえるのは難しいかもしれない。

今後，時代ごと，地域ごとに，この微分係数を求めていくことが必要になる。単純な微分方程式なら解くことができ，プラスなら島弧地殻が形成され，マイナスならば構造侵食作用で島弧地殻形成は抑制され，マイナスの値が大きければ，島弧だけなく過去の大陸地殻も消滅していく。さらに，構造侵食作用と島弧形成の比率（微分係数の合計）の経年変化がわかり一般化できれば，「大陸形成論」へとつながるであろう。

「島弧形成論」から出された上記の作業仮説の検証は，大陸地殻でおこなうことが可能である。現存する大陸地殻は，これまでの沈み込み帯での構造浸食作用から生き残り，さらに時間変化による消滅作用（風化侵食作用）も乗り越えたもの（定積分）である。「島弧＝現在形成中の大陸地殻」仮説が検証できれば，それを時間変化で定積分した値が，時代のごとの大陸量となり，「大陸形成論」となる。そして，不定積分したものが「大陸地殻増加」仮説になるだろう。

現在，地球表層の３分の１に大陸が存在する。現在の地球にみられるさまざまな時代の大陸地殻の存在は，大陸の減少か増加かを長い目で見ると（二階微分といえるかもしれない），「増加」していると見なせそうである。大陸地殻はその変化量の変動は不明であるが，増加してきたと見なせれば，「大陸地殻増加」仮説が正しく見える。だが，この考えは「斉一説」に基づくものなので注意が必要だ。「大陸形成論」の検証作業には，「島弧形成論」が不可欠であることは，重要な結果である。

４　斉一説への警鐘

過去を読み解くとき，斉一説を用いることを紹介し，過去への適用は検証できないことを示した。他にも，斉一説の危険性もあるので述べておこう。

前述したように斉一説とは，自然界において，現在起こっている現象，過程，出来事は，過去に作用していたものと同じである，とする考え方である。現在えられている法則や原理は，過去や他の場面でも適用可能であるとする，考え方である。

斉一説は，もともとは，スコットランドの哲学者ヒューム（David Hume, 1711年-1776年）によって導入された概念で（坂本・野本，2002），広く「自然の斉一性原理（principle of the uniformity of nature）」，あるいは「自然の一様性原理」と呼ばれているが，ここでは「斉一説」と呼ぶことにする。地質学では，スコットランドの地質学者ハットン（James Hutton, 1726-1797）が，最初に提唱したとされている（Repcheck, 2003）。斉一説は，「自然界で起きる出来事は全くデタラメに生起するわけではなく，何らかの秩序があり，同じような条件のもとでは，同

じ現象がくりかえされるはずだ」という仮定（戸田山，2005），あるいは自然に関する物理学や化学上の法則や原理（実は仮説）が演繹可能であるという仮定である。

自然科学では，観測された事実が集積され，法則が帰納される。数学的帰納法は，ある式が，k=1, 2, 3,・・・の時に正しければ，k+1の場合も正しいという論法である。数学という抽象化された概念における証明方法であるので，自然への適用では注意が必要だ。自然科学では，事実が枚挙的に集積されるが，このような枚挙的帰納法（enumerative induction）には，論理的正当性はない。枚挙的帰納法では，自然現象の全て事実を網羅して帰納（完全帰納法perfect induction）したわけではなく，一部の事実からの帰納（不完全帰納法imperfect induction）に過ぎない。自然科学では，すべての事象，現象を調べることは不可能なので，統計的に十分な数の事実をもとに，帰納して法則化している。

だが，たったひとつの反証がでることで，その法則は否定される。枚挙的帰納法は，論理的には「不完全な法則（仮説）」を抽出しているため，問題のある推論法となる（戸田山，2005）。これは，「ヒュームの帰納法の難問」や「帰納の正当化問題」など呼ばれている問題である。

枚挙的帰納法からできた法則（仮説）は，斉一説にもとづき演繹されていく。斉一説の適用の根拠は，「これまでそうしてきて問題がかなったから」というような経験的な帰納法による。帰納法と斉一説は，互いに相手の正しさを前提にした循環論法に陥っている。このような問題は，「グルーのパラドックス」と呼ばれている。自然科学では，帰納した仮説を直接検証できないので，仮説から検証可能な命題（予測）を立てて，その予測を演繹的に用いて，実験や観測をおこなってみる。その結果によって仮説の正しさを検証するという「仮説演繹法（hypothetic deductive method）」が用いられている。

自然科学では不完全帰納法にならざるえないので，仮説演繹法では，仮説を正しいとみなして（アブダクション），斉一的に他に現象，事例に適用（演繹）していくことで検証していく。実際の科学的営為では，必ずしも帰納法や演繹法を区別して使われているわけでないが，基本は仮説演繹法として演繹法と帰納法の長所を組み合わせた推論法が，一般的な科学の方法論となっている。現状では，論理的は不完全だとわかっていても，枚挙的帰納法，あるいは仮説演繹法を使わずに科学はできない（図12）。

現在のすべての科学の法則（仮説）は論理的正しさが保証されるものではなく，これまでうまくいっている仮説にすぎないのである。そのためひとつの反証の出現で，仮説が崩壊し，新たな仮説が必要になる。こんなとき，少しの反例を手がかりにアブダクションで新たな仮説説が生まれる。このよう科学革命（パラダイム転換）は何度か起こってきたことは多くの科学哲学者が指摘してきた（例えば，Kuhn, 1962）。地質学においても，「地向斜造山運動」仮説から「プレートテクトニクス」仮説へは，パラダイム転換と位置づけられる（都城，1998）。

仮説演繹法には，論理的に不完全ではあるが，限られた証拠から全く新たな仮説を生み出す（アブダクション）ことができる創造的手法となる。アブダクションは，人の飛躍的発想も含まれているため，少しの証拠やたったひとつ反証から，まったく新たな仮説やメタ的仮説などを生み出すことも可能である。

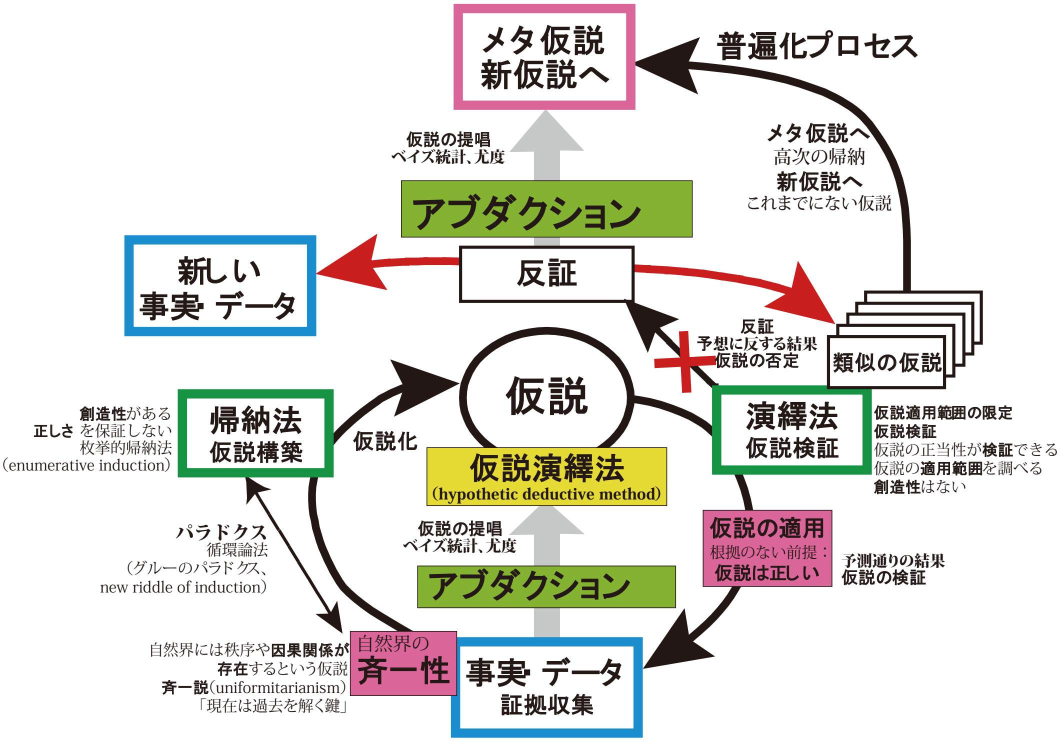


図12　自然科学の検証のための論理構成

自然科学で用いられている各種の論理の関係を示したもの。事実やデータなどの証拠から帰納法により仮説を形成。仮説を演繹法で検証。帰納法は不完全なので，帰納法と演繹法を繰り返して仮説演繹法というアブダクションをおこなう。反証が出れば仮説は否定される。反証にこれまでの事実を加えて新たな仮説（メタ仮説，新仮説）へとアブダクトすることが普遍的のプロセスとなる。

Ⅵ　さいごに

数学の手法は多くの分野に適用されている。科学的営為の多くは数学的手法なしには進められないであろう。また，数学的概念は，抽象化された論理によって構築されているため，他の分野へ適用することは可能ではあるが，その時，抽象的概念をどのように自然やその分野へと読み替えるかが重要になってくる。

本論文では，数学的概念を地質学へどのように導入するかを，テクトニクスを事例にして検討してきた。テクトニクスは多数の仮説から成り立っているため，それぞれの関係や検証方法について，数学的概念の導入が有効であることがわかってきた。

一方，数学的概念の自然現象への適用には，いくつかの注意が必要であることも判明してきた。ひとつは，自然現象は熱力学のエントロピー増大の法則による，時間の不可逆性が存在するためである。それが過去の事象の検証不能を生じていた。

地球を熱の放出過程として捉えるとしたが，知りえない，なんらかの「相変化」や「状態変化」があれば，そこに斉一説の適用限界が生じていたことになり，誤用の危険性を孕んでいる。例えば，金属核が形成された時期，固体の内核が形成された時期（35億年前から20億年前などさまざま説がある），マントル対流が２層から現在の１層対流に変化した時期，などでもし地球熱史に大きな変化があれば，その時期以前への斉一説の延長は危険である。

この論文では数学の概念を用いてきたが，それをそのまま適用していくのには，もちろん注意が必要となる。例えば，積分の概念を用いたが，その論理的根拠は「斉一説」に基づいていた。自然現象への斉一説への根拠は貧弱であった。また，過去への適用も論理的根拠はなかった。この論考自体も虚構かもしれない。

自然科学での仮説構築と検証には，仮説演繹法（アブダクション）が必要不可欠で，地質学では過去を扱うために斉一説は必要不可欠の方法論ではあるが，そこには奸計が潜んでいることを心して利用しなければならない。

【註１：執筆の経緯】

本研究促進奨励金の使途は，野外調査でデータ収集し，そのデータ解析した後，比較検討して考察を進めることが当初の計画であった。ところが新型コロナウイルスのために，野外調査(道外や他地域への移動)ができなくなった。そこで本研究のもうひとつの「比較検討すること」について，重点的に思索をしていくことにした。解析手法や統計学として数学を学び直しているうちに，数学的概念を地質学に適用することで，今までにない地質学的現象への視座が持てるのではないかと考え，本論文の構想が生まれた。数学的概念は多々あるので，適用可能なことも多数あるだろう。今後，これらの概念を実際に地質学で適用していくとどうなるかの検証が残っている。多様な数学へのチャレンジはもっと先の話である。

【註２：数学の概念とグラフ作図用アプリケーション】

本論文で用いる数学は，大学教養レベルであるが，すべて忘れてしまっていた。そこで，学び直しをした。数学の各種の公式については，手元にある書籍「数学公式集」(小林ほか，159)や「物理と化学のための数学I，II」(Margenau and Murphy，1943a;1943b)，「数学公式ハンドブック」(Jeffrey，2004)，「微分積分・平面曲線(岩波数学公式１)」(森口ほか，1987a)，「級数・フーリエ解析(岩波数学公式２)」(森口ほか，1987b)，「朝倉数学ハンドブック基礎編」(飯高ほか，2010)，「朝倉数学ハンドブック応用編」(飯高ほか，2010)，ならびにインターネットの各種のサイトを参考にさせていただいた。

また，数学の初歩に関しては，入門書が大いに役に立った。以下に感謝の意味を込めて手元にある文献をリストアップしておく。(順不同)

微積分については，「はじめての解析学」(原岡，2018)，「マンガでわかる微分方程式」(佐藤・あづま，2009)，「今度こそわかる微分積分」(佐藤，2009)，「今日から使える微分方程式」(飽本，2006)，「道具としての微分方程式　偏微分編」(斎藤，2019)などを参照した。フーリエ解析については，「マンガでわかるフーリエ解析」(渋谷・晴瀬，2006)，「高校生からわかるフーリエ解析」(涌井，2019)，「今日から使えるフーリエ変換」(三谷，2019)，「図解雑学　フーリエ変換」(佐藤，2011)，「高校数学でわかるフーリエ変換」(竹内，2009)，「Excelで学ぶフーリエ変換」(渋谷・渡辺，2003)などを参照した。テイラー展開は微分の応用となるが，「理系のための　微分・積分復習帳　高校の微積分からテイラー展開まで」(竹内，2017)，「微分・積分の意味がわかる―数学の風景が見える」(野崎ほか，2000)などを参照した。

統計に関しては，「よくわかる卒論・修論のための統計処理の選び方」(鍵和田・石村，2001)，「Excelで学ぶやさしい統計学」(田久，2004)，「まずはこの一冊から意味がわかる統計学」(石井，2012)，「実践としての統計学」(佐伯・松原，2000)，「道具としての統計解析」(一石，2004)，「すぐわかる統計処理の選び方」(石村・石村，2010)，「あ

なたもできるデータの処理と解析」（岩淵ほか，1997），「完全独習統計学入門」（小島，2006），「高等学校の確率・統計」（黒田ほか，2011），「統計学を拓いた異才たち―経験則から科学へ進展した一世紀」（Salsburg, 1992），「統計学の図鑑」（涌井・涌井，2015）などを参照した。

ベイズ統計に関しては，「史上最強図解　これならわかる！ベイズ統計学」（涌井・涌井，2012），「身につくベイズ統計学」（涌井・涌井, 2016），「完全独習　ベイズ統計学入門」（小島, 2015），「異端の統計学ベイズ」（Migrate, 2011）などを参照した。

統計に関してはＲや，そこから派生した臨床研究に特化したものであるが他の研究でも使いやすくされたEZRというアプリカーションがある。そのソフトに関しては「EZRでやさしく学ぶ統計学～ EBMの実践から臨床研究まで～」（神田，2015）を参考にした。

数式からグラフを作成するために，手持ちの Microsoft Excelなどでもできるのであろうが，よくわからなかった。GeoGebra（https://www.geogebra.org/）というアプリケーションがわかりやすく使いやすかった。GeoGebraは, 関数入力によるグラフ作成, 平面幾何や空間図形などの作図もできる。また, WEB版アプリケーションとインストール版があり，いずれも日本語化されている。今回の関数のグラフは，GeoGebraのアプリケーション版で作成した。

これらの書籍の著者，アプリケーション，サイトの作成者に感謝する。

【註３：初期条件と境界条件】

微積分において，初期条件と境界条件は，一般解から積分定数を求めた特殊解となる。そのため数学的には，初期条件か境界条件は解釈の問題となる。積分結果において，現在をt=0とすると，数学的には積分定数の初期条件になるが，地質現象がある時代からはじまったとすると（例えば，酸素の大量生産が25億年前から，生命の誕生が38億年前からなど），「現在」という特殊解は境界条件と考えたほうがいい。一方，地質現象がはじまった時代の特殊解は，初期条件ととらえたほうがいい。

文献

Aramaki, S., Hirayama, K. and Nozawa, T., 1970. Chemical composition of Japanese granites Part 1. Variation trends of 400 analyses. Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, 48, 491-505.

飽本一裕，2006．今日から使える微分方程式普及版例題で身につく理系の必須テクニック．講談社．254 p.

Bennett, C. L., Larson, D., Weiland, J. L., Jarosik, N., Hinshaw, G., Odegard, N., Smith, K. M., Hill, R. S., Gold, B., Halpern, M., Komatsu, E,. Nolta, M. R., Page, L., Spergel, D. N., Wollack, E,. Dunkley, J., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S. and Wright E. L., 2013. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: final maps and results. The Astrophysical Journal Supplement Series, 208, 20, 54 p.

Bowring, S. A. and Williams, I. S., 1999. Priscoan (4.00 – 4.03 Ga) orthogneisses from northwestern Canada. Contrib. Mineral. Petrol., 134, 3-16.

Cohen, K. M., Finney, S. C., Gibbard, P. L. and Fan, J. -X., 2013 updated. The ICS International Chronostratigraphic Chart. Episodes, 36, 199-204.

Cohen, K. M., Harper, D. A. T., Gibbard, P. L., Fan, J. -X. and (c) International Commission on Stratigraphy, 2020. INTERNATIONAL CHRONOSTRATIGRAPHIC CHART. v 2020/01. URL: http://www.stratigraphy.org/ICSchart/ChronostratChart2020-01.pdf. (2020年７月６月16日閲覧).

原岡喜重，2018．はじめての解析学微分、積分から量子力学まで．講談社，354 p.

Hori, S., Fukao, Y., Kumazawa, M., Furumoto, M. and Yamamoto, A., 1989. A new method of spectral analysis and its application to the Earth's free oscilations: The "Sompi" method. Jour. Geophys. Res., 94, 7535-7553.

市川裕介・小林透，2011．ユーザのWebアクセス履歴のべき乗分布傾向に着目した属性推定手法の提案．情報処理学会論文誌，52，3，1195-1203.

飯高隆，2002．沈み込むスラブの物語．東京大学地震研究所編，地球ダイナミクスとトモグラフィー．朝倉書店，96-118.

飯高茂・室田一雄・楠岡成雄，2010．朝倉数学ハンドブック基礎編．朝倉書店，797 p.

飯高茂・室田一雄・楠岡成雄，2011．朝倉数学ハンドブック応用編．朝倉書店，615 p.
井上寛康，2010．大規模データに対するべき分布性の確認方法．大阪産業大学経営論集，11，2，165-176.
石井俊全，2012．まずはこの一冊から意味がわかる統計学．ベレ出版，335p.
石村貞夫・石村光資郎，2010．すぐわかる統計処理の選び方．東京図書，254p.
伊東敬祐，1991．地震現象の新しい見方．地震．2,44(Supplement)，381-390.
泉宮尊司・内山翔太・尾島洋祐, 2013. 領域区分によるGutenberg-Richter則に基づいた地震津波発生確率の推定法. 土木学会論文集B3(海洋開発)，69，2，I_431-I_436.
岩淵千明・石井滋・神山貴弥・浦光博・神田貴弥，1997．あなたもできるデータの処理と解析．福村出版，226p.
Jeffrey, A., 2004. Handbook of Mathematical Formulas and Integrals 3rd ed. 柳谷晃・穴田浩一・内田雅克訳, 2010．数学公式ハンドブック．共立出版，544p.
一石賢，2004．道具としての統計解析．日本実業出版社，237p.
鍵和田京子・石村貞夫，2001．よくわかる卒論・修論のための統計処理の選び方．東京図書，243p.
神田善伸，2015．EZRでやさしく学ぶ統計学～ EBMの実践から臨床研究まで～２版．中外医学社，400p.
小林幹夫・福田安蔵・鈴木七緒・安岡善則・黒崎千代子，1959．数学公式集．共立出版，302 + 9p.
川勝均，2002．マントル遷移層とは何か．東京大学地震研究所編，地球科学の新展開１地球ダイナミクスとトモグラフィー．朝倉書店，119-137.
小出良幸，2012．島弧-海溝系における付加体の地質学的位置づけと構成について．札幌学院大学人文学会紀要，92，1-23.
小出良幸，2013．島弧における付加体の形成と擾乱について．札幌学院大学人文学会紀要，93，37-58.
小出良幸，2014．地層に記録されている時間について―タービダイト層の場合―．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，95，25-52.
小出良幸，2015．層状チャートに記録されている時間について．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，97，43-73.
小出良幸，2016．深海底堆積物と層状チャートの成因について．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，99，17-39.
小出良幸，2017．層状チャートの多様な成因について．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，101，31-61.
小出良幸，2018a．層状チャートの成因による時間記録様式の差異に関する研究．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，103，1-27.
小出良幸，2018b．層状チャートの時間記録の数理モデル．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，104，1-17.
小出良幸，2018c．地質学の学際化プロジェクト第３巻地質学１地球物質の多様性形成機構と火成作用の役割．札幌学院大学総合研究所，347p.
小出良幸，2019a．沈み込み帯における付加と構造侵食の地質学的役割について．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，105，117-146.
小出良幸，2019b．造山運動からみた島弧の地質学的位置づけ．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，106，27-61.
小出良幸，2020a．テクトニクスに関する概念の変遷と今後の方向性．札幌学院大学人文学会紀要，札幌学院大学総合研究所，107，39-61.
小出良幸，2020b．地質学の学際化プロジェクト第５巻地質学３弧状シンギュラリティ：島弧と沈み込み帯の地質学的重要性．札幌学院大学総合研究所，266p.
小島寛之，2006．完全独習統計学入門．ダイヤモンド社，205p.
小島寛之，2015．完全独習ベイズ統計学入門．ダイヤモンド社，290p.
Kuhn. T. S., 1962. The Structure of Scientific Revolutions. 中山茂訳, 1971．科学革命の構造．みすず書房，東京，277p.
Kumazawa, M., Imanishi, Y., Fukao, Y., Furumoto M. and Yamamoto, A. 1990. A theory of spectral analysis based on the characteristic property of a linear dynamic system. Geophys. Jour. Intet., 101, 613-630.

黒田孝郎・小島順・野崎昭弘・森毅，2011．高等学校の確率・統計．筑摩書房，524 p.

Lisiecki, L. E. and Raymo, M. E., 2005a. A Pliocene-Pleistocene stack of 57 globally distributed benthic d^{18}O records. Paleoceanography 20, PA1003. DOI:10.1029/2004PA001071.

Lisiecki, L. E. and Raymo, M. E., 2005b. Pliocene-Pleistocene stack of globally distributed benthic stable oxygen isotope records. Pangaea. DOI:10.1594/PANGAEA.704257.

Lisiecki, L. E. and Raymo, M. E., 2005c. Correction to “A Pliocene-Pleistocene stack of 57 globally distributed benthic d^{18}O records”. Paleoceanography, PA2007. DOI:10.1029/2005PA001164.

Margenau, H. and Murphy, G. M., 1943a. The Mathematics of Physic and Chemistry. 佐藤次彦・国宗真訳，1958．物理と化学のための数学Ⅰ(改訂版)．共立出版，324 + 37 p.

Margenau, H. and Murphy, G. M., 1943b. The Mathematics of Physic and Chemistry. 佐藤次彦・国宗真訳，1961．物理と化学のための数学Ⅱ(改訂版)．共立出版，648 p.

丸山茂徳，1993．プリュームテクトニクス．科学，63，373-386.

Maruyama, S., 1994. Plume tectonics. Jour. Geol. Soc. Japan, 100, 24-49.

丸山茂徳，1997．全地球ダイナミクス-もっと新しい地球観をめざして．科学，67，7，498-506.

丸山茂徳, 2002. 地球ダイナミクス．熊澤峰夫･丸山茂徳編, プルームテクトニクスと全地球史解読．岩波書店, 3-11.

丸山茂徳・深尾良夫・大林政行，1993．プリュームテクトニクスーポストプレートテクトニクスの新しいパラダイムに向けて．科学，63，6，373-386.

Matsuura, T., Imanishi, Y., Imanari, M. and Kumazawa, M., 1990. Application of a new method of high-resolution spectral analysis, “Sompi,” for free induction decay of nuclear magnetic resonance. Applied spectroscopy, 44, 4, 618-626.

Migrate, S. B., 2011. The Theory That Would Not Die: How Bayes' Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines, and Emerg. 冨永星訳，2013．異端の統計学ベイズ．草思社，510p.

三谷政昭，2019．今日から使えるフーリエ変換普及版式の意味を理解し、使いこなす．講談社，336p.

Milankovitch, M., 1930. Mathematische Klimalehre und Astronomische Theorie der Klimaschwankungen. Koppen, in Handbuch der Klimalogie, Band 1.

都城秋穂，1998．科学革命とは何か．岩波書店，331+16p.

森口繁一・一松信・宇田川銈久，1987a．微分積分・平面曲線(岩波数学公式１)．岩波書店，318p.

森口繁一・宇田川銈久・一松信，1987b．級数・フーリエ解析(岩波数学公式２)．岩波書店，340p.

諸田智克・平田成，2015．クレータサイズ頻度分布からさぐる月惑星表面の地質進化(特集「日本における衝突研究の軌跡」)．日本惑星科学会誌遊星人，24，3，214-224.

中田節也，2015．火山爆発指数(VEI)から見た噴火の規則性(＜特集＞火山噴火史解明のための露頭データベース構築の検討(2))．火山，60，2，143-150.

野崎昭弘・伊藤潤一・何森仁・小沢健一，2000．微分・積分の意味がわかる―数学の風景が見える．ベレ出版，171p.

Petit, J. R., Jouzel, J., Raynaud, D., Barkov, N. I., Barnola, J. M., Basile, I., Bender, M., Chappellaz, J., Davis, J., Delaygue, G., Delmotte, M., Kotlyakov, V. M., Legrand, M., Lipenkov, V., Lorius, C., Pepin, L., Ritz, C., Saltzman, E. and Stievenard, M., 1999. Climate and Atmospheric History of the Past 420,000 years from the Vostok Ice Core, Antarctica. Nature 399, 429-436. DOI:10.1038/20859.

Repcheck, J., 2003. The Man Who Found Time: James Hutton and the Discovery of the Earth's Antiquity. 平野和子訳，2004．ジェイムズ・ハットン―地球の年齢を発見した科学者―．春秋社，261P.

佐伯胖・松原望，2000．実践としての統計学．東京大学出版会，239p.

斎藤恭一，2019．道具としての微分方程式偏微分編式をつくり、解いて、「使える」ようになる．講談社，256p.

坂本百大・野本和幸，2002．科学哲学―現代哲学の転回．北樹出版，258p.

Salsburg, D. S., 1992. The Use of Restricted Significance Tests in Clinical Trials (Statistics for Biology and Health. 竹内惠行・熊谷悦生訳，2006．統計学を拓いた異才たち―経験則から科学へ進展した一世紀．日本経済新聞出版，437p.

佐藤実・あづま笙子，2009．マンガでわかる微分方程式．オーム社，238p.

佐藤敏明，2009. 今度こそわかる微分積分(図解雑学). ナツメ社，224p.
佐藤敏明，2011. 図解雑学フーリエ変換. ナツメ社，239p.
Schrodinger, E. R. J. A., 1974. What Is Life? Mind and Matter. Cambridge University Press, 岡小天・鎮目恭夫訳，2008. 生命とは何か物理的にみた生細胞. 岩波書店，173p.
Schmidt-Nielsen K., 1984. Scaling Why is animal size so important? Cambridge university press, 小田裕昭訳, 1995. スケーリング:動物設計論スケーリング:動物設計論，302p.
渋谷道雄・晴瀬ひろき，2006. マンガでわかるフーリエ解析. オーム社，254p.
渋谷道雄・渡辺八一，2003. Excelで学ぶフーリエ変換. オーム社，242p.
末次大輔，2018. マントルプルーム. 鳥海光弘ほか編，図説地球科学の事典. 朝倉書店，180-181.
Takahashi, M., 1983. Space-time distribution of the Mesozoic to early Cenozoic magmatism in East Asia and its tectonic implications. In Hashimoto, M. and Uyeda, S., eds. Accretion Tectonics in the Circum-Pacific Regions. Terra Scientific Publishing Company, Tokyo, 69-88.
竹内淳，2009. 高校数学でわかるフーリエ変換. 講談社，244p.
竹内淳，2017. 理系のための微分・積分復習帳高校の微積分からテイラー展開まで. 講談社，227p.
田久浩志，2004. Excelで学ぶやさしい統計学. オーム社，296p.
Tatsumi, Y., 2000. Continental crust formation by crustal delamination in subduction zones and complementary accumulation of the enriched mantle: I, Component in the mantle. Geochemistry, Geophysics, Geosystems, 1, doi:10.1029/2000GC000094.
巽好幸，2003. 安山岩と大陸の起源:ローカルからグローバルへ. 東京大学出版会. 213p.
巽好幸，2004. 総説:沈み込み帯のマグマ学―島弧進化の包括的理解を目指して―. 地質学雑誌，110，4，244-250.
Tatsumi, Y., 2005. The subduction factory: How it operates in the evolving Earth. GSA Today, 15, doi: 10:1130/1052-5173.
Tatsumi, Y. and Stern, R. J., 2006. Manufacturing Continental Crust in Factory. Oceanography, 19, 4, 104-112.
Tatsumi, Y. and Eggins, S., 1995. Subduction Zone Magmatism. Blackwell, Cambridge, 211p.
Tatsumi, Y. and Takahashi, T., 2006. Operation of subduction factory and production of andesite. Jour. Mineral. Petrol. Sci., 101, 145-153 IMA 2006 Issue 1.
Tatsumi, Y., Sakuyama, M., Fukuyama, H. and Kushiro, I., 1983. Generation of arc basalt magmas and their structure of the mantle wedge in subduction zones. Journal of Geophysical Research, 88, 5815-5825.
戸田山和久，2005. 科学哲学の冒険:サイエンスの目的と方法をさぐる. 日本放送出版協会，294p.
梅野善雄，2020.「ベキ分布」の特徴と数理. 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌，26，1，73-90.
涌井良幸，2019. 高校生からわかるフーリエ解析. ベレ出版，310p.
涌井良幸・涌井貞美，2012. 史上最強図解これならわかる！ベイズ統計学. ナツメ社，248p.
涌井良幸・涌井貞美，2015. 統計学の図鑑. 技術評論社，160p.
涌井良幸・涌井貞美，2016. 身につくベイズ統計学. 技術評論社，240p.
Wilde, S. A., Valley, J. W., Peck, W. H. and Graham, C. M., 2001. Evidence from detrital zircons for the existence of continental crust and oceans on the Earth 4.4 Gyr ago. Nature, 409, 175-178.
山本明彦，1986. 存否(そんぴ)法によるスペクトル解析. 名古屋大学大型計算機センターニュース，17，293-320.
山本萌美・山本明彦・大野一郎，2013. 存否法による球共振スペクトルの解析と弾性・内部摩擦測定. 愛媛大学理学部紀要，17，15-31.
山本慎次，2010. 構造浸食作用―太平洋型造山運動論と大陸成長モデルへの新視点―. 地学雑誌，119，6，963-998.
吉田武，2010. 新装版オイラーの贈物―人類の至宝ei π =1を学ぶ. 東海大学出版会，516p.

Approach to Introduction of Mathematical Concepts to Geology: Case Study of Tectonics

KOIDE Yoshiyuki

Abstract

Mathematical technique is widely used in many research fields. Although the concepts of mathematics, which have inducted a logical system, would not always apply to the other fields. In this paper, when a mathematical concept would be introduced into geology, we could see what kind of scenery. The mathematical concepts are applied to geological tectonics which consists of many hypotheses. As a result, the trial reveals to a relation during hypotheses.

Keywords: mathematical concept, tectonics, inductive method, hypothetical-deductive method, abduction

（こいで　よしゆき　札幌学院大学人文学部教授　こども発達学科）