〈論　文〉

生産技術の選択と社会的生産関数

―― 異時点間の資源配分の研究　その 3 ――

久保田　義　弘

は じ め に

本稿は，社会的生産関数と生産要素価格曲線とについて，その基本を纏めたものである。前者の生産関数では，二部門マクロモデルを構築するための基本的な概念を与え，後者の要素価格曲線では，生産技術の選択と生産要素価格の関係を与える。これは，1960 年代から 1970 年代にかけての資本論争の中心部分である，新古典派の生産関数とそれに関係する生産技術の選択と消費水準や経済厚生の関係についてまとめたものである。

本稿は，必ずしも，動学状態での資源配分を記述するものではなく，直接的には，静学状態における資源配分を取り扱う。しかし，静学状態は，動学状態の範となるものである。本稿は，静学状態の記述に限定する。

第 1 章第 1 節では，二部門マクロ経済において社会的生産関数の性質を説明する。二部門マクロ経済における効率的な生産編成を示し，その第 2 節では，その二部門マクロ経済において，効率的な生産編成のための条件である両部門での技術的限界代替率の均等を導出する。第 3 節と第 4 節では，社会的生産関数と各部門の生産関数の関係を明らかにする。すなわち，各部門の生産関数が凹関数であれば，社会的生産関数も凹関数になり，各部門の生産関数が一次同次であれば社会的生産関数も一次同次になることを確認する。第 5 節および第 6 節では，社会的生産関数と社会的生産可能性曲線の関係を示す。消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が等しいときには，社会的生産可能性曲線が直線になり，また，消費財部門でのその比率が投資財部門でのその比率より大きいときには，社会的生産可能性曲線が原点に凹になることを示す。その両者の比率が等しいときには，社会的生産可能性曲線が直線になることを意味する。第 7 節では，契約曲線と社会的生産可能性曲線の関係について示す。このことについては，Kelley（1969）を参照。

第 2 章第 1 節では，二部門マクロ経済が生産の競争均衡にあるための条件（各部門での利潤最大化条件）と二部門の利潤の合計である社会的総利潤を最大にする条件が一致することを示し，また，社会全体の生産要素賦存量が与えられ，生産物価格が決まると，消費財で測っ

た投資財価格（相対価格）が生産の限界変形率に等しくなる生産の競争均衡が得られることを示す。その第2節では，競争状態において，社会的に産出された生産物の各消費主体への配分を示す。このとき，各消費者の消費の限界代替率は等しく，この消費の限界代替率は消費の限界効用の比に等しくなり，さらに，その代替率は生産の限界変形率に等しく，かつ，消費財で測った投資財価格（相対価格）に等しいことを示す。第3節では，二部門マクロ経済における生産要素価格曲線を示す。消費財部門と投資座部門の資本－労働比率が等しいという条件のもとで，生産要素価格曲線が直線になることを示す。

第3章第1節および第2節では，前章第3節の生産要素価格曲線が一つの生産技術に対応し，生産技術の選択は多数の生産要素価格曲線の集まりから選択されることを示す。ある実質賃金率のもとで，最大の実質レンタル率を企業にもたらす生産要素価格曲線の集まりが生産要素フロンティアで，企業および産業の生産技術の選択がこのフロンティアに沿って実行される。特に，通常の新古典派経済が仮定する一次同次の生産関数において，その曲線と生産要素フロンティアの関係を示す。生産要素価格曲線は縦軸に利潤率(実質レンタル率)，横軸に実質賃金率をとって描かれる。もし両部門の資本―労働比率が同じであれば，生産価格曲線は直線になり，かつ，そのフロンティアは原点に凸になることを示す。さらに，消費財部門のその比率が投資財部門の比率より大きいときには，その生産要素価格曲線およびそのフロンティアが原点に凸になることを明らかにする。

第3節と第4節では，生産要素価格フロンティアと実質ウィクセル効果の関係を示す。Bruno＝Burmeister＝Sheshinski(1966)，Harcourt(1972)，Hicks(1965)(1973)，Robinson(1958)，Samuelson（1966）を参照。そこでは実質ウィクセル効果は，利潤率（実質レンタル率）の低下の資本の実質価値に与える効果である。この効果は正の実質ウィクセル効果である。この効果が働くと，利潤率の低下によって，実質資本価値が増加し，一人あたり消費量が増加し，さらに，社会的厚生が増加することを説明し，また，消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が異なり，前者の比率の方が後者のそれより大きいときには，生産要素価格曲線は原点に凸になり，任意の二本の生産要素価格曲線が2度以上交わるときには，生産技術の再転換が起こることを説明する。生産技術の再転換が起きるときには，利潤率の低下が，必ずしも，実質資本価値を大きくさせず，また，必ずしも一人あたり消費を増加させることなく，さらに，その低下が社会的厚生を増加させるとは限らないことを示す。

第5節では，生産要素価格曲線が直線のときには，生産要素価格曲線の弾力性が，労働と資本の分配分の比率であることを示す。生産要素価格曲線が原点に凸になる曲線のときには，その弾力性が分配分の比率には等しくはないことを説明する。この分配に関しては，たとえば，Hicks（1965）を参照。

第6節では，生産要素価格である実質賃金率が与えられると，利潤率を最大にする生産技

術が選択され，同時に，生産物価格と生産数量が決められる生産の競争均衡を明らかにする。

第1章　社会的生産関数と社会的生産可能性曲線

第1節　二部門マクロ経済の社会的生産関数

消費部門（消費財産業）と投資部門（投資財産業）からなる二部門マクロ経済を想定する。それぞれの財は資本ストックと労働サービスを生産要素として産出され，各部門の生産プロセスは，消費財および投資財（資本財）の生産関数で表される。消費財部門の生産関数は，

$$Y^C \equiv C = F^C(K_C,\ L_C)$$

と表され，これは一次同次の関数であると仮定される。この一次同次性は，

$$c \equiv \frac{C}{L_C} = \frac{Y^C}{L_C} = F^C\left(\frac{K_C}{L_C},\ 1\right) \equiv f^C(k_C)$$

を意味する。同様に，投資財部門の生産関数も，

$$Y^I \equiv I = F^I(K_I,\ L_I)$$

と表され，この関数も一次同次であると仮定される。これは，

$$\frac{Y^I}{L_I} = \frac{I}{L_I} = F^I\left(\frac{K_I}{L_I},\ 1\right) \equiv f^I(k_I)$$

を意味する。I は総投資を意味し，

$$I = \dot{K} + \delta K,\ 0 < \delta < 1$$

であり，ここで δ は固定資本減耗率，$\dot{K}$ は資本ストックの時間あたり変化である。二部門からなるマクロ経済の社会的生産関数は，

$$Y^C = C = F(I,\ K,\ L) = F(\dot{K} + \delta K,\ K,\ L) \tag{1-1}$$

と表される。これは，投資財（資本財）ストック（K）と労働サービス（L）から消費財および投資財が同時に生産する形で表されているが，各部門の結合生産は無いものと仮定される。

また，この二部門マクロ経済において，同質の投資財が消費財部門および投資財部門で生産に使用されると仮定する。しかし，現実の経済では，消費財部門で使用される資本財と投資財部門で使用される資本財は同じではなく，異質の資本財が使用される。

第2節　社会的生産関数と効率的な生産

この節では，前節で示した社会的生産関数が効率的な生産編成をもたらすことを示す。効率的な生産編成は，各生産要素が各部門に効率的に配分される状態を意味する。ある社会に賦存している生産資源が各部門に効率的に配分される状態では，各部門の生産要素間の技術的限界代替率が各部門の生産要素の限界生産力の比に等しく，かつ，両部門の技術的限界代替率は等しい。この両部門の技術的限界代替率が等しいことは，一定の資本ストックおよび

労働サービスの賦存量のもとで，投資財と消費財を産出するとき，投資財の産出量をある水準に固定し，消費財の産出量を最大にするように両部門間に生産要素の配分を決めるときの条件である。

この条件は（1−1）式の二部門マクロ経済における社会的生産関数において成立する。先に説明したように，その条件は，所与の資本ストックおよび労働サービスの賦存量のもとで，一定の投資財産出量が与えられたとき，消費財の産出量を最大にするための条件であるので，以下で示す最大化問題（消費財産出量を最大にするための問題）を解いて求められる効率的生産編成のための条件である。その問題は，

$$
\text{(A)}\quad \underset{\{K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I\}}{Max}\ F^C(K_C,\ L_C)
$$

$$
\begin{aligned}
\text{sub. to}\quad & F_I(K_I,\ L_I) \geqq Y^I = I \\
& K_C + K_I \leqq K \\
& L_C + L_I \leqq L
\end{aligned}
$$

と表される。所与の生産要素の賦存量のもとで，一定の投資財産出量が与えられたとき，最大の消費財産出量をあたえる条件が導出される。この問題は伝統的なラグランジュ法によって解かれる。ラグランジュ関数を $L(K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ とすると，

$$
\begin{aligned}
L(K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma) = & F^C(K_C,\ L_C) + \alpha[F^I(K_I,\ L_I) - Y^I] \\
& + \beta[K - K_C - K_I] + \gamma[L - L_C - L_I]
\end{aligned}
$$

と置くことができる。ここで α，β，γ はラグランジュの未定乗数である。内点解が存在すると仮定しよう。これを K_I，K_C，L_C，L_I，α，β，γ について偏微分すると，

$$
\frac{\partial}{\partial K_C}L(\cdot) = \frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C) - \beta = 0 \tag{1}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial K_I}L(\cdot) = \alpha\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I) - \beta = 0 \tag{2}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial L_C}L(\cdot) = \frac{\partial}{\partial L_C}F_C(K_C,\ L_C) - \gamma = 0 \tag{3}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial L_I}L(\cdot) = \alpha\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) - \gamma = 0 \tag{4}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial \alpha}L(\cdot) = F^I(K_I,\ L_I) - Y^I = 0 \tag{5}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial \beta}L(\cdot) = K - K_C - K_I = 0 \tag{6}
$$

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}L(\cdot)=L-L_C-L_I=0 \tag{7}$$

が得られる。ここで $L(\cdot)\equiv L(K_C,\ K_I,\ L_C,\ L_I,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ である。上の体系の(1)と(2)から，

$$\frac{\partial F^I/\partial K_I}{\partial F^C/\partial K_C}=\frac{1}{\alpha} \tag{8 a}$$

が得られる。また，(3)と(4)から，

$$\frac{\partial F^I/\partial L_I}{\partial F^C/\partial L_C}=\frac{1}{\alpha} \tag{8 b}$$

が得られる。この（8 a）と（8 b）の条件は，両部門の生産要素の限界生産力の比が等しいことを示している。この条件から生産要素の価格が部門間で均等化する条件を導き出すことができる。

さらに，(1)と(3)から

$$\frac{\partial F^C/\partial K_C}{\partial F_C/\partial L_C}=\frac{\beta}{\gamma} \tag{9 a}$$

が得られ，(2)と(4)から

$$\frac{\partial F^I/\partial K_I}{\partial F_I/\partial L_I}=\frac{\beta}{\gamma} \tag{9 b}$$

が得られる。生産要素の限界生産力の比が消費財部門と投資財部門とにおいて等しいという効率的生産のための条件が得られる。消費財部門における限界生産力の比は（9 a）であり，投資財部門における限界生産力の比は（9 b）である。消費財部門と投資財部門の限界生産力の比の間に，

$$\frac{\partial F^C/\partial K_C}{\partial F^C/\partial L_C}=\frac{\beta}{\gamma}=\frac{\partial F^I/\partial K_I}{\partial F^I/\partial L_I} \tag{1−2}$$

の関係が成立し，両部門間の限界生産力の比の均等が成立する。この均等は，生産要素が両部門に適切に配分されていて，ある部門から他の部門に生産要素を移動させると，両部門の限界生産力の比の均等化条件が崩れる。

部門間でその比が均等する（1−2）式が達成されると，部門間で資本あるいは労働サービスの移動が停止する。これは資本ストックと労働サービスが両部門で効率的に配分されていることを意味する。この効率的な配分は上の問題の最適解でもある。その最適な資源配分はエッジワースのボックス・ダイアグラム（箱図）の契約曲線によって示される。この箱図は，所与の資本ストックと労働サービスの賦存量のもとで，その資源を両部門において効率的生産が実現するように配分することを示している。

図1がその箱図である。図1には消費財部門および消費財部門の等量曲線が描かれる。消

費財部門の等量曲線の原点は O_C，投資財部門のその原点は O_I である。それぞれの等量曲線は原点に対して強い意味で凸である。このことは各部門の生産関数が凹関数であることを意味する。消費財部門の等量曲線を I^CI^C，投資財部門の等量曲線を I^II^I で描く。図 1 の $I_0^CI_0^C$ 曲線と交わる投資財部門の等量曲線を $I_0^II_0^I$ 曲線とするとき，その両曲線の交点を A と A′ とする。交点 A において，限界生産力の比は，消費財部門と投資財部門では等しくはない。消費財部

図 1　効率的生産と技術的限界代替率

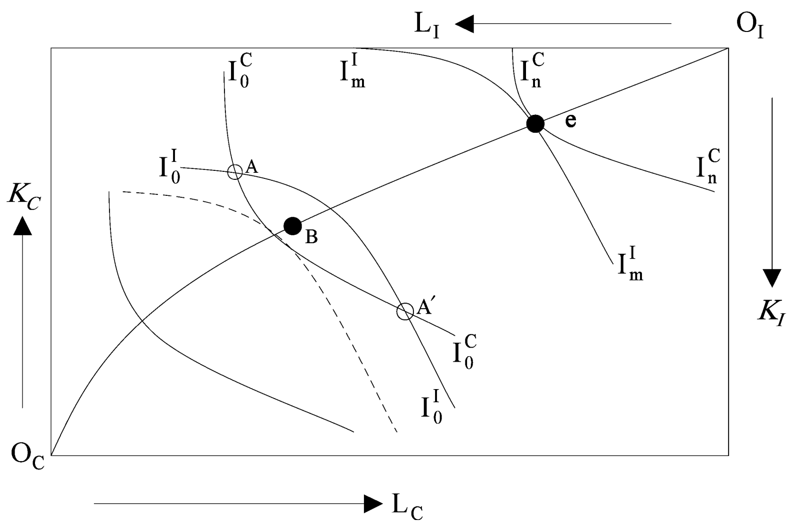
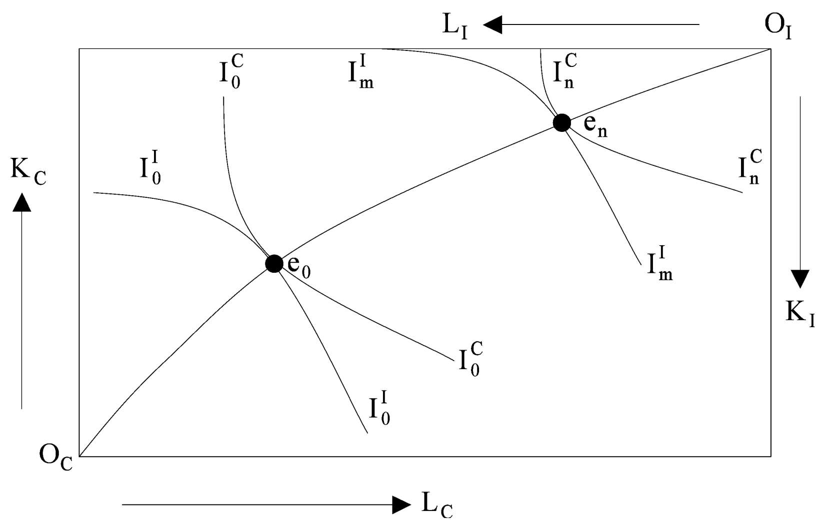


図 2　効率的生産と契約曲線



門の技術的限界代替率の方が投資財部門の技術的限界代替率よりも大きい。すなわち，

$$-\frac{dK_C}{dL_C} > -\frac{dK_I}{dL_I}$$

という関係が成立する。この点Aでは，二部門経済においては効率的生産が編成されない。点Aから点Bに生産要素の配分を変更することによって，消費財および投資財の産出量を増加させることができる。資本ストックの配分は，点Aにおいて，$K_C^A + K_I^A = K$ で，点Bにおいてその配分は，$K_C^B + K_I^B = K$ である。点Aと点Bの二つの資源配分の間には，

$$(K_C^A - K_C^B) + (K_I^A - K_I^B) = 0 \quad \text{あるいは} \quad \Delta K_C + \Delta K_I = 0$$

という関係がある。点Aにおいて，消費財部門の資本ストックを ΔK_C を減少させ，投資財部門の資本ストックを ΔK_I 増加させると，点Bに到達することができる。同様に，労働サービスの配分についても，点Aと点Bの間に

$$(L_C^A - L_C^B) + (L_I^A - L_I^B) = 0 \quad \text{あるいは} \quad \Delta L_C + \Delta L_I = 0$$

という関係がある。消費財部門の労働サービスを ΔL_C 増加させ，投資財部門の労働サービスを ΔL_I 減少さると，点Aから点Bに達することができる。消費財部門と投資財部門間で資本ストックおよび労働サービスを再配分すると，両部門の等量曲線が点Bを通る産出水準を実現する。いずれの部門の産出水準も点Aを通る等量曲線よりも高い産出水準を示している。二つの部門間の資本ストックと労働サービスの再配分を通して，この両部門間の生産要素の限界生産力の比が等しくなる点にその配分をもっていくことができる。生産要素の部門間の再配分を通じて

$$-\frac{dK_C}{dL_C} = \frac{\partial F^C/\partial K_C}{\Delta F^C/\partial L_C} = \frac{\partial F^I/\partial K_I}{\partial F^I/\partial L_I} = -\frac{dK_I}{dL_I} \tag{1−3}$$

という条件が得られる。この条件が成立する状態において，生産要素の最適な配分が達成される。この資源配分状態では効率的生産編成を実現している。効率的な生産編成では，(1−3) 式の左側は消費財部門の技術的限界代替率で，(1−3) 式の右側が投資財部門の技術的限界代替率である。

効率的な生産編成を達成する配分は，図1において，消費財部門の等量曲線 $\mathrm{I}_n^C\mathrm{I}_n^C$ と投資財部門の等量曲線 $\mathrm{I}_m^I\mathrm{I}_m^I$ が点eにおいて接する状態である。この接点では，その二つの部門間の技術的限界代替率が等しい。この均等条件が成立する配分の軌跡が，生産におけるボックス・ダイアグラムの契約曲線で表される。

効率的な生産編成は，二部門間に生産要素を効率的に配分するだけではなく，消費財ならびに投資財の産出量の組み合わせの効率的な配分も決定することを意味する。効率的生産編成が実現するとき，労働サービスおよび資本ストックの部門間移動の機会費用は等しい。労働サービスを1単位（限界的に1単位）だけ消費部門から投資財部門に移動させるとき，そ

の移動の暗黙費用（機会費用）は消費財部門で犠牲にされる生産物の価値である。この価値は，消費財部門における労働サービスの限界生産力と移動される労働サービスの単位数との積である。労働サービスの部門間移動の機会費用は，

$$p_C\frac{\partial F^C}{\partial L_C}\times(-\Delta L_C)=p_C(-\Delta Y^C)$$

の絶対値になる。他方，$-\Delta L_C=\Delta L_I$ の労働サービスを受け取る投資財部門では，投資財部門における労働サービスの限界生産力とその労働サービス単位数の積に相当する産出価値が実現する。すなわち，

$$p_I\frac{\partial F^I}{\partial L_I}\times(\Delta L_I)=p_I(\Delta Y^I)>0$$

の産出価値が投資財部門で実現する。部門間の労働サービスの移動によって，

$$p_I\times\frac{\partial F^I}{\partial L_I}\times\Delta L_I+p_C\times\frac{\partial F^C}{\partial L_C}\times(-\Delta L_C)>0$$

が成立するときには，労働サービスの消費財部門から投資財部門への移動によって生産の効率性を高くする。逆方向の不等号が成立するとき，労働サービスの投資財部門から消費財部門への移動によって，生産の効率性を高めることができる。ゆえに，効率的な生産編成においては，

$$-p^C\Delta Y^C+p_I\Delta Y^I=0$$

すなわち，

$$p_C\frac{\partial F^C}{\Delta L_C}\times(-\Delta L_C)+p_I\frac{\partial F^I}{\partial L_I}\times\Delta L_I=0$$

が成立する。効率的な生産編成状態では，労働サービスの部門間移動によって，消費財部門では産出が減少し，投資財部門では産出が増加し，その産出の減少額と増加額が等しい。この部門間の労働サービスの移動において，$\Delta L_C+\Delta L_I=0$ であるので，

$$-\Delta I/\Delta C=-\Delta Y^C/\Delta Y^I=p_C/p_I=\frac{\partial F^I/\partial L_I}{\partial F^C/\partial L_C} \qquad (1-4)$$

が得られる。ここで，$-\Delta Y^C/\Delta Y^I$ は生産の限界変形率であり，$\dfrac{\partial F^I/\partial L_I}{\partial F^C/\partial L_C}$ は限界生産力の比である。(1－4)式が成立するとき，部門間の労働サービスの移動が停止する。同様に，資本ストックの部門間の移動においても，効率的な生産編成では

$$-\Delta I/\Delta C=-\Delta Y^C/\Delta Y^I=p_C/p_I=\frac{\partial F^I/\partial K_I}{\partial F^C/\partial K_C} \qquad (1-5)$$

が成立するように資本ストックの配分を決める。(1－4) 式および (1－5) 式は，生産の限界

変形率が各部門の生産要素の限界生産力の比に等しいことを意味し，効率的な生産編成が実現するための条件である。(1−4) 式と (1−5) 式から，消費財価格と投資財価格が与えられると，両部門において限界生産力比の均等が得られ，社会的な生産可能性曲線の一点が選択される。

生産要素の限界生産力比の均等は（8 a）と（8 b）から得られる条件である。このことは，最大問題(A)の解が，生産物の効率的な社会的配分を与えることを意味する。

第3節　社会的生産関数の凹性について

この節では，消費財および投資財の生産関数と社会的生産関数の関係を示す。すなわち，消費財および投資財の生産関数は凹関数であるとき，社会的生産関数も凹関数になることを示す。

消費財部門ならびに投資財部門の生産関数が凹関数であることを仮定する。二部門マクロ経済の社会的生産関数は，次の問題を解くことによって得られる。その問題は

$$\underset{\{K_C,\ L_C,\}}{Max}\quad F^C(K_C,\ L_C)$$

sub. to

$$F^I(K_I,\ L_I) \geqq Y^I \equiv I$$

$$K_C + K_I \leqq K$$

$$L_C + L_I \leqq L$$

である。この最大化問題の解は

$$K_C(K,\ L,\ Y^I)\quad \text{および}\quad L_C(K,\ L,\ Y^I)$$

として得られる。これを目的関数に代入すると，

$$C \equiv Y^C = F^C(K_C(K,\ L,\ Y^I),\ L_C(K,\ L,\ Y^I),\ Y^I)$$

となり，

$$C \equiv Y^C = F^C(Y^I,\ K,\ L)$$

として社会的生産関数を得ることができる。

この社会的生産関数の性質（形状）を知るために，いま次の二つの経済状態を想定しよう。経済状態AとBを想定する。この二つの経済状態においては，資本ストックおよび労働サービスの賦存量は異なっている。経済状態Aのそれぞれの賦存量を K^A，L^A とし，経済状態Bでのその賦存量を K^B，L^B とする。また，それぞれの経済状態における社会的生産関数は

$$C_A \equiv Y^C_A = F^C(Y^I_A,\ K^A,\ L^A)$$

$$C_B \equiv Y^C_B = F^C(Y^I_B,\ K^B,\ L^B)$$

として示される[1]。また，それぞれの経済状態における消費財と投資財の生産関は

$$Y_A^C = F^C(K_C^A,\ L_C^A) \quad \text{および} \quad Y_A^I = F^I(K_I^A,\ L_I^A)$$

$$Y_B^C = F^C(K_C^B,\ L_C^B) \quad \text{および} \quad Y_B^I = F^I(K_I^B,\ L_I^B)$$

として表される。

二つの経済状態A，Bから第３の経済状態が導出される。この経済状態をＣとする。経済状態Ｃでは，任意の $\lambda \in [0,\ 1]$ に対して，

$$\lambda L_C^A + (1-\lambda) L_C^B = L_C^C \qquad \lambda L_I^A + (1-\lambda) L_I^B = L_I^C$$

$$\lambda K_C^A + (1-\lambda) K_I^B = K_C^C \qquad \lambda K_I^A + (1-\lambda) K_I^B = K_I^C$$

として生産要素の賦存量が与えられる。これから

$$L_C^C + L_I^C = \lambda(L_C^A + L_I^A) + (1-\lambda)(L_C^B + L_I^B) \leqq \lambda L^A + (1-\lambda) L^B$$

$$K_C^C + K_I^C = \lambda(K_C^A + K_I^A) + (1-\lambda)(K_C^B + K_I^B) \leqq \lambda K^A + (1-\lambda) K^B$$

が得られる。ここにおいて

$$\lambda L^A + (1-\lambda) L^B = \tilde{L} \qquad \lambda K^A + (1-\lambda) K^B = \tilde{K}$$

とおく。経済状態Ｃにおける社会的生産関数は，

$$C_C \equiv Y_C^C = F_C(Y_C^I,\ K^C,\ L^C)$$

と表される[2]。また，消費財部門および投資財部門の生産関数において，

$$Y_C^C = F^C(K_C^C,\ L_C^C) = F^C(\lambda K_C^A + (1-\lambda) K_C^B,\ \lambda L_C^A + (1-\lambda) L_C^B)$$

$$\geqq \lambda F^C(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda) F^C(K_C^B,\ L_C^B)$$

$$Y_C^I = F^I(K_C^I,\ L_C^I) = F^I(\lambda K_C^A + (1-\lambda) K_C^B,\ \lambda L_C^A + (1-\lambda) L_C^B)$$

$$\geqq \lambda F^I(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda) F^C(K_C^B,\ L_C^B)$$

が成立する。よって，

$$Y_C^C \geqq \lambda F^C(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda) F^C(K_C^B,\ L_C^B) = \lambda Y_A^C + (1-\lambda) Y_B^C$$

および

$$Y_C^I \geqq \lambda F^I(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda) F^C(K_C^B,\ L_C^B) = \lambda Y_A^I + (1-\lambda) Y_B^I$$

が得られる。これを考慮すると，社会的生産関数は，

---

[1] 各社会的生産関数は

$$\underset{\{K_C^S,\ L_C^S\}}{Max} \quad F^C(K_C^S,\ L_C^S)$$

$$\text{sub. to} \quad F^I(K_I^S,\ L_I^S) \geqq Y_S^I,\ K_C^S + K_I^S \leqq K^S,\ L_C^I + L_I^S \leqq L^S,\ s = A,\ B$$

の解，$K_C^S(K^S,\ L^S,\ Y_S^I)$，$L_C^S(K^S,\ L^S,\ Y_S^I)$ を目的関数に代入して求められる。

[2] この関数は次の問題の解から得られる。問題は

$$\underset{\{K_C^C,\ L_C^C\}}{Max} \quad F^C(K_C^C,\ L_C^C)$$

$$\text{sub. to} \quad F^I(K_I^C,\ L_I^C) \geqq Y_C^I,\ K_C^C + K_I^C \leqq K^C,\ L_C^C + L_I^C \leqq L^C$$

である。この解は $K_C^C(\tilde{K},\ \tilde{L},\ Y_C^I)$，$L_C^C(\tilde{K},\ \tilde{L},\ Y_C^I)$ である。これを目的関数に代入すると，

$$Y_C^C(Y_C^I,\ \tilde{K},\ \tilde{L})$$

が得られる。これが社会的生産関数である。

$$\underset{\{K_C^C,\ L_C^C\}}{Max}\quad F^C(K_C^C,\ L_C^C)$$

$$\text{sub. to}\quad F^I(K_I^C,\ L_I^C) \geqq \lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I$$

$$K_C^C + K_I^C \leqq \lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B$$

$$L_C^C + L_I^C \leqq \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B$$

の解として，

$$K_C^C(\lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B,\ \lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I)$$

$$L_C^C(\lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L_A + (1-\lambda)\,L_B,\ \lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I)$$

が得られる。このとき，

$$\begin{aligned}
\lambda Y_A^C + (1-\lambda)\,Y_B^C &\leqq Y_C^C \\
&= F^C\begin{pmatrix} K_C^C(\lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B,\ \lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I), \\ L_C^C(\lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B,\ \lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I) \end{pmatrix} \\
&= F^C(\lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I,\ \lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B)
\end{aligned}$$

が得られる。これより，

$$\begin{aligned}
&\lambda F^C(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda)\,F^C(K_C^B,\ L_C^B) \\
&\quad \leqq F^C(\lambda Y_A^I + (1-\lambda)\,Y_B^I,\ \lambda K^A + (1-\lambda)\,K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)\,L^B) \qquad (1-6)
\end{aligned}$$

となる。ゆえに，消費財部門および投資財部門の生産関数が凹関数ならば，社会的生産関数は凹関数である。

第4節　社会的生産関数の一次同次性について

この節では，消費財部門および投資財部門の生産関数が一次同次であるとき，社会的生産関数も一次同次であることを示す。前節で説明した経済状態Aに位置する二部門経済において，次の問題の解が社会的生産関数である。これは，生産要素に関する賦存制約と，投資財産出に関する制約の下で，消費財部門の産出を最大にする問題

$$\underset{\{K_C^A,\ L_C^A\}}{Max}\quad F^C(K_C^A,\ L_C^A)$$

$$\text{sub. to}\quad F^I(K_I^A,\ L_I^A) \geqq Y_A^I$$

$$K_C^A + K_I^A \leqq K^A$$

$$L_C^A + L_I^A \leqq L^A$$

の解は，$K_C^A(K^A,\ L^A,\ Y_A^I)$，$L_C^A(K^A,\ L^A,\ Y_A^I)$である。これを目的関数に代入すると，社会的生産関数は，

$$C_A \equiv Y_A^C = F^C(Y_A^I,\ K^A,\ L^A)$$

と与えられる。

消費財部門および投資財部門の生産関数が一次同次であるとき，投資財部門のその関数は

$$F^I(\mu K_I^A,\ \mu L_I^A) \geqq \mu Y_A^I$$

である。各生産要素を μ 倍し，先の最大化問題を解くと，社会的生産関数は，

$$\underset{\{K_C^A,\ L_C^A\}}{Max}\ F^C(\mu K_C^A,\ \mu L_C^A)$$

$$\text{sub. to}\quad F^I(\mu K_I^A,\ \mu L_I^A) \geqq \mu Y_A^I$$

$$\mu K_C^A + \mu K_I^A \leqq \mu K^A$$

$$\mu L_C^A + \mu L_I^A \leqq \mu L^A$$

の問題を解くことによって得られる。この解は

$$\mu K_C^A(\mu K^A,\ \mu L^A,\ \mu Y_A^I),\ \mu K_C^A(\mu K^A,\ \mu L^A,\ \mu Y_A^I)$$

であり，社会的生産関数は

$$F^C(\mu Y_A^I,\ \mu K^A,\ \mu L^A)$$

であり，これより次の関係

$$\mu Y_A^C = F^C(\mu Y_A^I,\ \mu K^A,\ \mu L^A)$$

が成立する。

もし $\mu Y_A^C < F^C(\mu Y_A^I,\ \mu K^A,\ \mu L^A)$ ならば，

$$Y_A^C < F^C(Y_A^I,\ K^A,\ L^A)$$

という関係が成立する。これは Y_A^C が最大値であることに矛盾する。ゆえに，

$$\mu Y_A^C = F^C(\mu Y_A^I,\ \mu K^A,\ \mu L^A) \qquad (1-7)$$

である。これは F^C 関数が一次同次関数であることを意味している。

第５節　社会的生産関数から社会的生産可能性曲線

資本ストックおよび労働サービスの社会的賦存量が一定であるが，しかし，資本ストックおよび労働サービスの消費財部門および投資財部門での使用量は変化しうるとしよう。消費財部門ならびに投資財部門の生産関数は強い意味での凹関数であるとしよう。生産関数の強い意味での凹性は，次のようなことを意味する。第３節で示したように，二つの経済状態Ａ，Ｂにおける資本ストックと労働サービスの投入量を $(K_C^A,\ L_C^A)$，$(K_C^B,\ L_C^B)$ とすると，この一次結合として，

$$\lambda K_C^A + (1-\lambda) K_C^B = K_C^C \qquad \lambda L_C^A + (1-\lambda) L_C^B = L_C^B$$

が得られ，消費財部門の生産関数が強い意味での凹関数であることは，

$$\lambda F^C(K_C^A,\ L_C^A) + (1-\lambda) F^C(K_C^B,\ L_C^B) < F^C(\lambda K_C^A + (1-\lambda) K_C^B,\ \lambda L_C^A + (1-\lambda) L_C^B)$$

となることを意味する。また，同様に，投資財部門の二つの経済状態Ａ，Ｂでは，$(K_I^A,\ L_I^A)$，$(K_I^B,\ L_I^B)$ である。これより，

$$\lambda K_I^A+(1-\lambda)K_I^B=K_I^C \qquad \lambda L_I^A+(1-\lambda)L_I^B=L_I^C$$

が得られる。投資財部門の生産関数が強い意味での凹関数であるので，

$$\lambda F^I(K_I^A,\ L_I^A)+(1-\lambda)F^I(K_I^B,\ L_I^B)<F^I(\lambda K_I^A+(1-\lambda)K_I^B,\ \lambda L_I^A+(1-\lambda)L_I^B)$$

である。

資本ストックの賦存量をK，労働サービス量をLとするとき，経済状態Aにおける社会的生産関数は

$$Y_A^C=F^C(Y_A^I,\ K,\ L)$$

であり，経済状態Bにおける社会的生産関数は

$$Y_B^C=F^C(Y_B^I,\ K,\ L)$$

である。

経済状態Aと経済状態Bとの一次結合として経済状態Cが形成されるので，いま

$$K_C^C=\lambda K_C^A+(1-\lambda)K_C^B,\ L_C^C=\lambda L_C^A+(1-\lambda)L_C^B$$

$$K_I^C=\lambda K_I^A+(1-\lambda)K_I^B,\ L_I^C=\lambda L_I^A+(1-\lambda)L_I^B$$

と経済状態Cにおける生産要素の大きさの配分を決めると，次の関係

$$K^C=\lambda(K_C^A+K_C^B)+(1-\lambda)(K_I^A+K_I^B)=\lambda K^A+(1-\lambda)K^B$$

が得られる。ここで $K^A=K^B=K$ であるので，

$$K^C=K$$

となり，同様に，$L^C=L$ である。経済状態Cにおいて，資本ストックと労働サービスの賦存量は，$K^C=K$，$L^C=L$ である。また，

$$\begin{aligned} Y_C^I=F^I(K_I^C,\ L_I^C)&=F^C(\lambda K_I^A+(1-\lambda)K_I^B,\ \lambda L_I^A+(1-\lambda)L_I^B)\\ &>\lambda F^I(K_I^A,\ L_I^A)+(1-\lambda)F^I(K_I^B,\ L_I^B)\end{aligned}$$

である。よって，

$$Y_C^I>\lambda Y_A^I+(1-\lambda)Y_B^I$$

である。

経済状態Cにおける社会的生産関数は，次の最大化問題の解として与えられる。この問題

$$\underset{\{K_C^C,\ L_C^C\}}{Max}\quad F^C(K_C^C,\ L_C^C)$$

$$\begin{aligned} \text{sub. to}\quad & F^I(K_I^C,\ L_I^C)\geqq Y_C^I\\ & K_C^C+K_I^C\leqq K\\ & L_C^C+L_I^C\leqq L\end{aligned}$$

の解は，$K_C^C(Y_C^I,\ K,\ L)$，$L_C^C(Y_C^I,\ K,\ L)$ である。これを目的関数に代入すると，社会的生産関数は

$$Y_C^C=F^C(K_C^C(Y_C^I,\ K,\ L),\ L_C^C(Y_C^I,\ K,\ L))=F^C(Y_C^I,\ K,\ L)$$

が得られる。ここで，本節の仮定である，消費財部門の生産関数が強い意味での凹性であるという性質より，

$$
\begin{aligned}
Y^C_C = F^C(K^C_C,\ L^C_C) &= F^C(\lambda K^A_C + (1-\lambda)K^B_C,\ \lambda L^A_C + (1-\lambda)L^B_C) \\
&> \lambda F^C(K^A_C,\ L^A_C) + (1-\lambda)F^C(K^B_C,\ L^B_C) \\
&= \lambda Y^A_C + (1-\lambda)Y^B_C
\end{aligned}
$$

である。ここで，$Y^C_A = F^C(Y^I_A,\ K,\ L)$，$Y^C_B = F^C(Y^I_B,\ K,\ L)$，$Y^C_C = F^C(Y^I_C,\ K,\ L)$の関係を使うと，

$$
\begin{aligned}
\lambda Y^C_A + (1-\lambda)Y^C_B &= \lambda F^C(Y^I_A,\ K,\ L) + (1-\lambda)F^C(Y^I_B,\ K,\ L) \\
&< Y^C_C = F^C(Y^I_C,\ K,\ L) \\
&\leqq F^C(\lambda Y^I_A + (1-\lambda)Y^I_B,\ \lambda K^A + (1-\lambda)K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)L^B)
\end{aligned}
$$

が得られる。よって，$\lambda Y^C_A + (1-\lambda)Y^C_B < Y^C_C$であることを考慮すると，この関係は

$$
\begin{aligned}
&\lambda F^C(Y^I_A,\ K^A,\ L^A) + (1-\lambda)F^C(Y^I_B,\ K^B,\ L^B) \\
&\quad < F^C(\lambda Y^I_A + (1-\lambda)Y^I_B,\ \lambda K^A + (1-\lambda)K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)L^B) \qquad (1-8)
\end{aligned}
$$

と表される。この（1−8）式は，経済状態Ｃにおいて，社会的生産関数が強い意味で凹関数であることを示している。

消費財部門ならびに投資財部門の生産関数が強い意味で凹関数であるとき，社会的生産関数も強い意味で凹関数となる。このことは，社会的生産可能性曲線が原点に対して強い意味で凹となることを意味する[3]。

図３は，原点に対して強い意味で凹の社会的生産可能性曲線である。点Ａ，Ｂは経済状態Ａ，Ｂを示している。図３において明らかなように，

$$
\begin{aligned}
\lambda Y^C_A + (1-\lambda)Y^C_B &= \lambda F^C(Y^I_A,\ K^A,\ L^A) + (1-\lambda)F^C(Y^I_B,\ K^B,\ L^B) \\
&< F^C(\lambda Y^I_A + (1-\lambda)Y^I_B,\ \lambda K^A + (1-\lambda)K^B,\ \lambda L^A + (1-\lambda)L^B) \\
&\qquad (1-8)'
\end{aligned}
$$

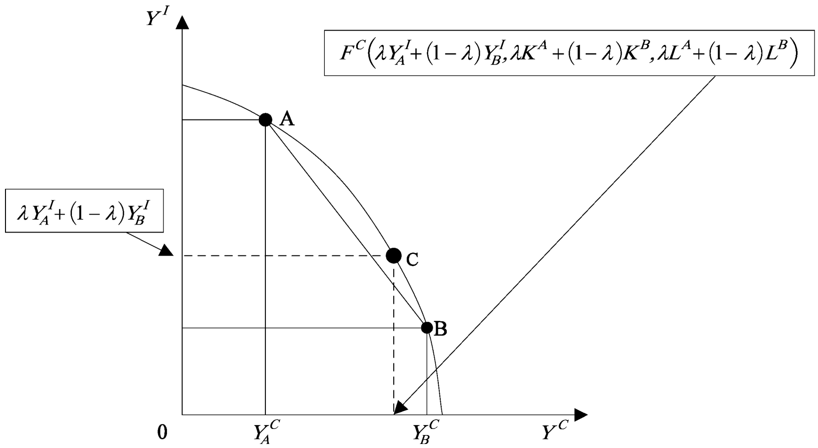
である。これは，社会的生産可能性曲線が原点に対して強い意味で凹であれば，社会的生産関数は強い意味で凹関数であることを意味している。

第６節　社会的生産可能性曲線の形状

前節では，社会的生産関数が強い意味の凹関数であるならば，社会的生産可能性曲線は原点に対して強い意味での凹になること示した。この節では，消費財部門ならびに投資財部門の生産関数が，一次同次関数，かつ，強い意味での準凹関数であるとき，社会的生産関数も

[3] 消費財部門ならびに投資財部門の生産関数が凹関数であるとき，社会的生産関数は凹関数である。このとき，社会的生産可能性曲線は原点に対して凹となる。

図3　社会的生産可能性曲線



凹関数になることを示す。

二つの経済状態A，Bをとりあげる。経済状態Aのもとで，生産関数は

$$Y_A^C=F^C(K_A^C,\ L_A^C),\quad Y_A^I=F^I(K_A^I,\ L_A^I)$$

であり，経済状態Bのもとで，生産関数は

$$Y_B^C=F^C(K_B^C,\ L_B^C),\quad Y_B^I=F^I(K_B^I,\ L_B^I)$$

であり，それぞれの生産関数が一次同次であるので，

$$\lambda Y_A^C=F^C(\lambda K_C^A,\ \lambda L_C^A),\ \lambda Y_B^I=F^C(\lambda K_C^B,\ \lambda L_C^B)$$

である。ここで，$\lambda\rightarrow 0$ にすると，$F^C(0,\ 0)\rightarrow 0$ となる。F^Cの限界生産力が正であるので，

$$F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)>0,\quad F^C(\tilde{K}^B,\ \tilde{L}^B)>0$$

である。ここで，何れの経済状態においても，各生産要素の賦存量が正である。このとき，

$$\frac{F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)}{F^C(\tilde{K}^B,\ \tilde{L}^B)}=\alpha$$

とすると，生産関数が一次同次関数であるので，

$$\alpha F^C(\tilde{K}^B,\ \tilde{L}^B)=F^C(\alpha\tilde{K}^B,\ \alpha\tilde{L}^B)$$

である。また，上の α の定義から

$$\alpha F^C(\tilde{K}^B,\ \tilde{L}^B)=F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)=F^C(\alpha\tilde{K}^B,\ \alpha\tilde{L}^B)$$

が得られる。よって，$F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)=F^C(\alpha\tilde{K}^B,\ \alpha\tilde{L}^B)$であるので，消費財部門の生産関数は次の一次結合として与えられる。すなわち，その生産関数は，

$$F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)=\beta(F^C(\alpha\tilde{K}^B,\ \alpha\tilde{L}^B))+(1-\beta)F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)$$

と示される。これは

$$\beta F^C(\alpha\tilde{K}^B,\ \alpha\tilde{L}^B)+(1-\beta)F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)=\beta\alpha F^C(\tilde{K}^B,\ \tilde{L}^B)+(1-\beta)F^C(\tilde{K}^A,\ \tilde{L}^A)$$

$$=\beta F^{C}(\alpha\tilde{K}^{B},\ \alpha\tilde{L}^{B})+(1-\beta)F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})$$

と変形される。この関係を使い，かつ，消費財部門の生産関数が準凹関数であることを考慮すると，

$$\begin{aligned}&F^{C}(\beta(\alpha K^{B})+(1-\beta)\tilde{K}^{A},\ \beta(\alpha\tilde{L}^{B})+(1-\beta)\tilde{L}^{A})\\&\quad\geqq\beta F^{C}(\alpha\tilde{K}^{B},\ \alpha\tilde{L}^{B})+(1-\beta)F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\\&\quad=\beta F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})+(1-\beta)F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\\&\quad=F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\end{aligned}\tag{1-9}$$

が成立する。この両辺を $\beta\alpha+(1-\beta)$ で割ると，

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1}{\beta\alpha+(1-\beta)}\right)F^{C}(\beta(\alpha\tilde{K}^{B})+(1-\beta)\tilde{K}^{A},\ \beta(\alpha\tilde{L}^{B})+(1-\beta)\tilde{L}^{A})\\&\qquad\geqq\frac{\beta}{\beta\alpha+(1-\beta)}F^{C}(\alpha\tilde{K}^{B},\ \alpha\tilde{L}^{B})+\frac{1-\beta}{\beta\alpha+(1-\beta)}F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\end{aligned}$$

が得られる。消費財部門の生産関数は一次同次性であるので，この左辺についてこれを考慮すると，この関係は

$$\begin{aligned}&F^{C}\left(\frac{\beta\alpha}{\beta\alpha+(1-\beta)}\tilde{K}^{B}+\frac{1-\beta}{\beta\alpha+(1-\beta)}\tilde{K}^{A},\ \frac{\beta\alpha}{\beta\alpha+(1-\beta)}\tilde{L}^{B}+\frac{1-\beta}{\beta\alpha+(1-\beta)}\tilde{L}^{A}\right)\\&\quad\geqq\frac{\beta\alpha}{\beta\alpha+(1-\beta)}F^{C}(\tilde{K}^{B},\ \tilde{L}^{B})+\frac{1-\beta}{\beta\alpha+(1-\beta)}F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\end{aligned}$$

と書き換えられる。ここで，$\dfrac{\beta\alpha}{\beta\alpha+(1-\beta)}\equiv\overline{\lambda}$ とすると，この関係は

$$\begin{aligned}&F^{C}(\overline{\lambda}\tilde{K}^{B}+(1-\overline{\lambda})\tilde{K}^{A},\ \overline{\lambda}\tilde{L}^{B}+(1-\overline{\lambda})\tilde{L}^{A})\\&\quad\geqq\overline{\lambda}F^{C}(\tilde{K}^{B},\ \tilde{L}^{B})+(1-\overline{\lambda})F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})\end{aligned}$$

と変形される。これは，消費財部門の生産関数が凹関数であることを示している。ゆえに，消費財部門の生産関数が一次同次の準凹関数で，本稿のように，限界生産力が正であるときには，消費財部門の生産関数は凹関数になる。

さらに，消費財部門の生産関数が強い意味で準凹関数であるならば，(1−9）式から

$$\begin{aligned}&F^{C}(\beta(\alpha\tilde{K}^{B})+(1-\beta)\tilde{K}^{A},\ \beta(\alpha\tilde{L}^{B})+(1-\beta)\tilde{L}^{A})\\&\quad>\beta\alpha F^{C}(\tilde{K}^{B},\ \tilde{L}^{B})+(1-\beta)F^{C}(\tilde{K}^{A},\ \tilde{L}^{A})=F^{C}(K^{A},\ L^{A})\end{aligned}\tag{1-9$'$}$$

が成立する。このことは，消費財部門の生産関数が強い意味で凹関数となることを示している。

また，投資財部門の生産関数についても，消費財部門の生産関数と同様に，凹性の性質を導き出すことができる。すなわち，投資財部門の生産関数が一次同次の準凹関数で，限界生産力が正であれば，投資財部門の生産関数は凹関数になることを引き出すことができる。も

しその関数が強い意味で準凹関数ならば，社会的生産関数は凹関数になる。

ゆえに，消費財部門および投資財部門の生産関数が，一次同次の準凹関数で，限界生産力が正であれば，社会的生産関数は凹関数となり，社会的生産可能性曲線は原点に対して凹となる。さらに，各部門の生産関数が一次同次関数，強い意味で準凹関数であれば，前節に見たように，社会的生産可能性曲線は原点に対して凹となる。

第 7 節　社会的生産可能性曲線と契約曲線

前節では，消費財部門ならびに投資財部門の生産関数が強い意味で準凹かつ一次同次関数であり，限界生産力が正であれば，社会的生産関数は凹関数となることを示した。また，社会的生産可能性曲線が原点に対して凹であることを示唆した。この節では，社会的生産可能性曲線の形状が，消費財部門ならびに投資財部門の資本―労働比率に依存すること，ならびに，両部門の資本―労働比率が異なるときには，社会的生産可能性曲線が原点に対して強い意味で凹となることを示す。

消費財部門および投資財部門の生産関数が一次同次関数，かつ，強い意味での準凹関数であると仮定する。それぞれの部門の生産関数は，

$$Y^C=F^C(K^C,\ L^C),\quad Y^I=F^I(K^I,\ L^I)$$

である。また，資源制約は，

$$K_C+K_I=K,\quad L_C+L_I=L$$

であり，資本ストックおよび労働サービスは完全雇用されると仮定する。

いま，$t\in[0,\ 1]$ に対して，$K_C=tK$，$K_I=(1-t)K$，$L_C=tL$，$L_I=(1-t)L$ とすると，資源制約条件は満される。これを各部門の生産関数に代入すると，各部門の生産関数は

$$Y^C=F^C(tK,\ tL),\quad Y^I=F^I((1-t)K,\ (1-t)L)$$

と表される。ここで，各生産要素の限界生産力は

$$\frac{\partial Y^C}{\partial K}=\frac{\partial Y^C}{\partial(tK)}\frac{\partial(tK)}{\partial K}=t\frac{\partial Y^C}{\partial K},\quad \frac{\partial Y^C}{\partial L}=\frac{\partial Y^C}{\partial(tL)}\frac{\partial(tL)}{\partial L}=t\frac{\partial Y^C}{\partial L},$$

$$\frac{\partial Y^I}{\partial K}=\frac{\partial Y^I}{\partial((1-t)K)}\frac{\partial((1-t)K)}{\partial K}=(1-t)\frac{\partial Y^I}{\partial K},\quad \frac{\partial Y^I}{\partial L}=(1-t)\frac{\partial Y^I}{\partial L}$$

である。効率的な生産編成において，各部門の限界生産力の比率が各部門の技術的限界代替率に等しいので，各部門の技術的限界代替率は，限界生産力の比として表される。消費財部門の限界代替率は

$$\left(-\frac{dK}{dL}\right)_C=\frac{\partial Y^C/\partial L}{\partial Y^C/\partial K}$$

となり，　投資財部門の限界代替率は

$$\left(-\frac{dK}{dL}\right)_I=\frac{\partial Y^I/\partial L}{\partial Y^I/\partial K}$$

となり，いずれの部門の技術的的限界代替率も t には依存しない。

図１の箱図であるエッジワースのボックス・ダイアグラムにおいて，各部門の原点を結ぶ対角線と契約曲線が交わる点では，

$$\frac{\partial Y^C/\partial L}{\partial Y^C/\partial K}=\frac{\partial Y^I/\partial L}{\partial Y^I/\partial K} \tag{1−10}$$

が成立し，両部門の技術的限界代替率が等しくなる。また，生産関数の一次同次性から，各部門の技術的限界代替率が等しくなることは生産拡張線上の任意の点で成立する。ゆえに，生産関数が一次同次である場合には，契約曲線と対角線とが一致するか，あるいは，契約曲線と対角線が一度も交わらないかのいずれかである。契約曲線が対角線と一致するときには，両部門の資本−労働比率が等しくなり，社会的生産可能性曲線は直線になる。

契約曲線が対角線とは一度も交わらないならば，各部門の資本―労働比率の間には，

$$\frac{K_C}{L_C}>\frac{K_I}{L_I} \tag{1−11 a}$$

あるいは

$$\frac{K_C}{L_C}<\frac{K_I}{L_I} \tag{1−11 b}$$

のいずれかの関係が成立する。すなわち，(1−11 a)のように，消費財部門の資本―労働比率が，投資財部門のその比率より大きいか，あるいは逆に，(1−11 b)のように，投資財部門の資本―労働比率が消費財部門のその比率より大きいかのいずれかである。この場合には，社会的生産可能性曲線は原点に対して強い意味で凹性を示す。この場合には，社会的生産可能性曲線は図３のように原点に凹の形になる。

第２章　競争均衡と生産要素価格曲線

第１節　生産の競争均衡

競争状態のもとで，企業は利潤最大化行動をとり，その結果，産業の利潤も最大になる。社会的総利潤も最大になる。

第１章第１節において示した生産関数を想定する。消費部門は，有限個企業からなり，その企業は同じ技術を持つとしよう。その企業 j の生産関数は，

$$Y_j^C=F_j^C(K_{Cj},\ L_j^C),\ \mathrm{j}\in\mathrm{J}$$

であり，ここで J は消費財部門に属する企業の集合である。投資財部門も有限個企業からなり，その企業は同じ技術を持つとしよう。その企業 k の生産関数は，

$$Y^I_k = F^I_k(K_{Ik},\ L_{Ik}),\ \mathrm{k} \in \mathrm{K}$$

であり，ここでKは投資財部門に属する企業の集合である。生産要素に関する制約は

$$K_{Cj} + K_{Ik} \leqq K \quad \text{および} \quad L_{Cj} + L_{Ij} \leqq L$$

である。各企業は利潤最大化行動をし，その経済に賦存する生産要素であるKおよびLを各部門の企業間に配分する。ここでは，消費財部門に企業ｊが活動し，投資財部門には企業ｋのみが活動すると仮定しよう[4]。このとき，消費財部門および投資財部門の利潤の総和が社会的利潤である。消費財部門の企業ｊの利潤関数は

$$\pi^C_j(K_{Cj},\ L_{Cj}) = p_C Y^C_j - wL_{Cj} - qK_{Cj}$$

であり，投資財部門の企業ｋの利潤関数は

$$\pi^I_k(K_{Ik},\ L_{Ik}) = p_I Y^I_k - wL_{Ik} - qK_{Ik}$$

である。ここで，消費財価格が p_C，投資財価格が p_I，貨幣賃金率が w，資本ストックの価格が q である。技術制約と資源制約のもとで，各部門の企業は利潤最大化行動をとる。

消費財部門の企業行動は

$$\underset{\{K_{Cj},\ L_{Cj}\}}{Max}\ \pi^C_j(K_{Cj},\ L_{Cj}) = p_C Y^C_j - wL_{Cj} - qK_{Cj}$$

sub. to

$$F^C_j(K_{Cj},\ L_{Cj}) \geqq Y^C_j$$

$$K_{Cj} + K_{Ik} \leqq K$$

$$L_{Cj} + L_{Ik} \leqq L$$

と示される。この問題は，この企業は，技術制約と資源制約のもとで，その利潤を最大にすることを示している。この問題に内点解が存在するとしよう。ラグランジュ乗数法によって，その利潤最大化条件を求めると，その条件は

$$\frac{w}{p_C} = \frac{\partial F^C_j}{\partial L_{Cj}} \tag{2−1 a}$$

$$\frac{q}{p_C} = \frac{\partial \mathrm{F}^C_j}{\partial K_{Cj}} \tag{2−1 b}$$

および

$$K_{Cj} + K_{Ik} = K,\ L_{Cj} + L_{Ik} = L$$

である。(2−1 a)式は実質賃金率が労働サービスの限界生産力に等しいことを示し，(2−1 b)

[4] 消費財部門ならびに投資財部門で活動する企業数は一社とは限らない。消費財部門は m_1 社，投資財部門には m_2 社が活動するとしよう。このとき，消費財部門で使用される資本財の数量は，$\Sigma^{m1}_{j=1} K_{Cj} = K_C$ と表され，労働量は $\Sigma^{m1}_{j=1} L_{Cj} = L_C$ となる。この部門の産出量は，$\Sigma^{m1}_{j=1} Y^C_j = Y^C$ と表される。投資財部門においても，$\Sigma^{m2}_{k=1} K_{Ij} = K_I$ および $\Sigma^{m2}_{k=1} L_{Ik} = L_I$ と表される。投資財部門の産出量は $\Sigma^{m2}_{k=1} Y^I_k = Y^I$ と表される。

式は実質レンタルが資本の限界生産力に等しいことを示している。同様に，投資財部門の企業kについてもこの条件が成立する[5]。

各企業は，生産物市場が競争状態のもとで，その利潤最大化を行動にすると仮定する。その際，競争状態では，生産物価格(p_C，p_I)は企業には所与である。このとき，生産物の相対価格が与えられる。この下で，各企業は利潤最大になるように，各生産要素の投入量と産出量を決定する。各企業の消費財あるいは投資財の産出量およびその生産要素の使用量が決まる。各企業および各部門は，利潤最大になるように生産要素を配分する。

上の説明では，所与の生産物価格と所与の生産要素賦存のもとで，各企業および各部門は利潤最大になるように，その生産要素の投入量とその産出量を決める。このとき，競争経済の生産均衡は，利潤最大化条件を満たす

$$(w,\ q,\ (K_{Cj},\ L_{Cj},\ Y^C_j),\ (K_{Ik},\ L_{Ik},\ Y^I_k))$$

として表される。この均衡では，図1および図2において，各企業の限界代替率に等しく，かつ，その限界代替率は生産要素価格比に等しくなる。つまり，次の関係

$$-\frac{dK_{Cj}}{dL_{Cj}}=\frac{\partial F^C_j/\partial L^C_j}{\partial F^C_j/K^C_j}=\frac{w}{q},\quad -\frac{dK_{Ij}}{dL_{Ij}}=\frac{\partial F^I_k/\partial L^I_k}{\partial F^I_k/K^I_k}=\frac{w}{q} \qquad (2-2)$$

が成立する。(2−2)式の前半は，消費財生産において，生産における限界代替率が生産要素の限界生産力の比に等しく，かつ，その相対価格に等しいことを示している。その後半は，投資財生産において，生産における限界代替率と限界生産力と生産要素の相対価格の間の相互の関係を与える。企業が利潤最大化行動をとると，各部門で資本ストックの雇用量および労働サービスの雇用量が決定され，さらに，その産出量が決まる。

次に，社会的利潤を最大にするときの条件を求めてみよう。生産可能な生産量の集合を(Y^C_j，Y^I_j) とする。このとき，社会的総利潤は

$$p_C Y^C_j+p_I Y^I_k-wL-qK$$

と表される。ここで，労働サービスの総量Lと資本ストックの総量Kは所与である。社会的生産関数は，第1章の第1節ならびに第2節から，

$$Y^C_j=F^C_j(Y^I_k,\ K,\ L)$$

と表される。これを社会的総利潤関数に代入すると，

$$p_C F^C(Y^I_k,\ K,\ L)+p_I Y^I_k-wL-qK$$

が得られる。資源制約のもとで，投資財の産出水準が固定されるとしよう。このもとで，社会的利潤を最大にするように，消費財部門の産出水準を決める。この問題に内点解が存在す

[5] その一階の条件は $\frac{w}{p_I}=\frac{\partial F^I_k}{\partial L_{I_k}}$及び $\frac{q}{p_I}=\frac{\partial F^I_k}{\partial K_{I_k}}$である。また，資源制約条件は $K_{Cj}+K_{Ik}=K$ と $L_{Cj}+L_{Ik}=L$ である。

るとしよう。この社会的総利潤を最大にする1階条件は

$$p_C\frac{\partial F^C_j}{\partial Y^I_k}+p_I=0 \tag{1}$$

$$p_C\frac{\partial F^C_j}{\partial L}-w=0 \tag{2}$$

$$p_C\frac{\partial F^C_j}{\partial K}-q=0 \tag{3}$$

である。この条件式(1)から，

$$\frac{p_I}{p_C}=-\frac{\partial F^C_j}{\partial Y^I_k} \tag{2-3}$$

が得られる。この条件は，生産物の相対価格が生産物の限界変形率に等しいことを示している。この（2－3）式と利潤最大化条件(2)式および資源制約条件を考慮すると，利潤最大化の1階条件は

$$\frac{w}{p_C}=\frac{\partial F^C_j}{\partial L}=\frac{\partial F^C_j}{\partial L_{Cj}} \tag{2-4 a}$$

および

$$\frac{w}{p_I}=-\frac{\partial F^C_j/\partial L}{\partial F^C_j/\partial Y^I_k}=\frac{\partial Y^I_k}{\partial L}=\frac{\partial Y^I_k}{\partial L_{Ik}} \tag{2-4 b}$$

となる。（2－4 b）は，消費財部門の企業 j の労働サービスの限界生産力がその部門の実質賃金率に等しいことを示し，（2－4 c）は，投資財部門の企業 k の労働サービスの限界生産力がその部門の実質賃金率に等しいことを示している。この条件は，各企業が個々に利潤最大化行動をとるときの条件に等しくなる。また，（2－3）式と利潤最大化条件式(2)および資源制約条件から

$$\frac{q}{p_C}=\frac{\partial F^C_j}{\partial K}=\frac{\partial F^C_j}{\partial K_{Cj}} \tag{2-5 a}$$

および

$$\frac{q}{p_I}=-\frac{\partial F^C_j/\partial K}{\partial F^C_j/\partial Y^I_k}=\frac{\partial Y^I_k}{\partial K}=\frac{\partial Y^I_k}{\partial K_{Ik}} \tag{2-5 b}$$

が得られる。これは，両部門の資本ストックの限界生産力と実質レンタルが等しいことを示す利潤最大化条件である。

社会的総利潤の最大化条件（2－4 a）式および（2－5 a）式は，個別に企業が利潤最大化行動をとるときの利潤最大化条件（2－1 a）式および（2－2 a）式に一致する。また，（2－3）式は

$$\frac{p_I}{p_C}=\frac{\partial F^C_j/\partial K_C}{\partial F^I_k/\partial K_I} \quad および \quad \frac{p_I}{p_C}=\frac{\partial F^C_j/\partial L_C}{\partial F^I_k/\partial L_I}$$

と書き換えられる。このことを考慮すると，（2－3）式は

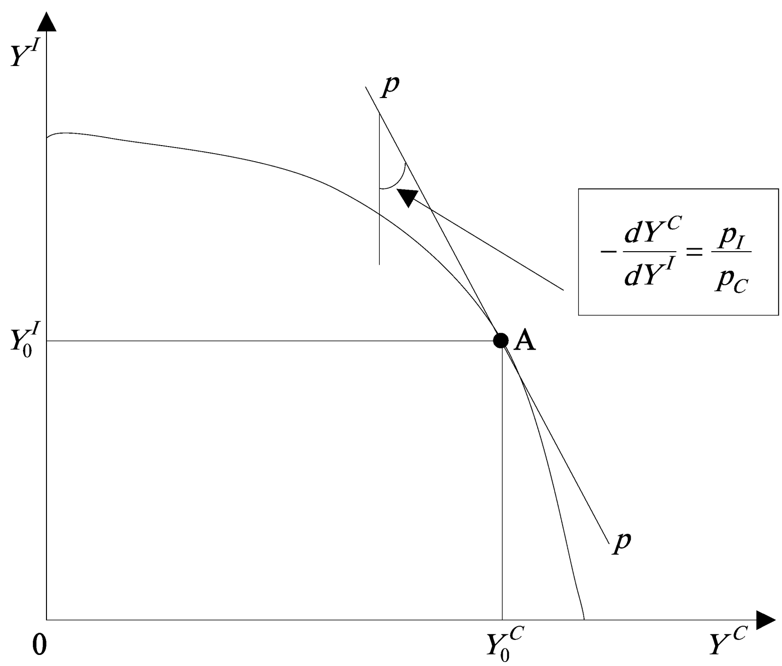
$$\frac{p_I}{p_C}=-\frac{\partial F^C_j}{\partial Y^I_k}=\frac{\partial F^C_j/\partial K_C}{\partial F^I_k/\partial K_I}=\frac{\partial F^C_j/\partial L_C}{\partial F^I_k/\partial L_I} \tag{2－3}'$$

と書き換えることができる。この式は，生産物の限界変形率が各部門の限界生産力の比であり，各部門での要素価格が等しくなることを示している。これは，第１章第１節の（1－5）式に同じである。

よって，生産要素の賦存量が与えられ，かつ，消費財価格および投資財価格が与えられると，生産の競争均衡，$(w, q, (K_{Cj}, L_{Cj}, Y^C_j), (K_{Ik}, L_{Ik}, Y^I_k))$，が得られることになる。（2－2）式および（2－3）′式は，効率的な生産編成が競争的な市場経済において成立することを示している。さらに，（2－4 a）式，（2－4 b）式，（2－5 a）式および（2－5 b）式は，市場価格が資源配分の効率性をもたらすことを示している。図３b は生産の競争均衡を生産可能性曲線で示したものである。

図３b において，生産物の市場価格が(p^A_C, p^A_I)と与えられると，点Ａで与えられる生産量の産出が決まる。この産出量をもたらすよう生産要素の投入量が各部門において効率性を満た

図３b　生産可能性曲線と生産の競争均衡



すように決められる，すなわち，その技術的限界代替率が限界生産力の比に等しくなるように各部門において各生産要素の投入量が決められ，さらに，両部門の技術的限界代替率を等しくなるように，生産要素が部門間に配分される。図3bのpp線の縦軸方向の傾きは，消費財で測った投資財の価値（相対価格）である。この価格比が与えられると，競争的生産編成が決まる。

その相対価格が大きくなるにつれて，投資財価格が相対的に上昇するので，投資財の生産量は増加し，消費財の生産量が減少する。消費財で測った投資財の価格が低下する。

第2節　効用関数とその最大化条件

この節では，産出された生産物が効率的に配分されるための条件を示す。二部門マクロ経済での社会的効用関数を

$$u=u(Y^C,\ Y^I) \qquad (2-6)$$

とする。この効用関数は，消費財および投資財の使用から効用が発生することを示す。社会的効用を生産技術制約のもとで最大化するとしよう。生産技術制約は

$$Y^C=C=F^C(Y^I,\ K,\ L)$$

である。ここで，すでに示したように，$Y^I=I$ である。この関数はすでに第1章の第1節および第2節で説明した社会的生産関数である。すなわち，消費財部門および投資財部門で産出された財の消費者へ配分問題は

$$\underset{\{Y^C,\ Y^I\}}{Max}\ u(Y^C,\ Y^I)$$

sub. to

$$Y^C=F^C(Y^I,\ K,\ L)$$

となる。この問題は生産技術制約のもとで効用水準を最大にするように消費財と投資財の使用量を決める。これを解くことによって，効用最大にする消費財および投資財の社会的消費量（使用量）が求められる。内点解が存在するならば，その効用最大化条件は

$$\frac{\partial u/\partial Y^I}{\partial u/\partial Y^C}=-\frac{dY^C}{dY^I} \qquad (2-7)$$

である。これは消費の限界代替率が限界効用の比に等しいことを示している。効用関数が強い意味で準凹関数であれば，無差別曲線が原点に強い意味で凸になるので，競争均衡は一義的に与えられるであろう。ここで（2−3）′式を考慮すると，効率的生産編成のもとでは，生産物の限界変形率は生産物の市場価格比に等しいので，

$$\frac{\partial du/\partial dY^I}{\partial du/\partial dY^C}=-\frac{dY^C}{dY^I}=\frac{p_I}{p_C} \qquad (2-7)'$$

が得られる。これは，消費における限界代替率が限界効用比なることを示し，社会的生産可能性曲線の傾きと無差別曲線の限界代替率が等しく，かつ，それが市場価格比に等しいことを示している。すなわち，(2−7)式は，生産要素の総量が所与のもとで，投資財の使用が一定のとき，消費財消費を最大にする条件である。

この条件は，さらに，

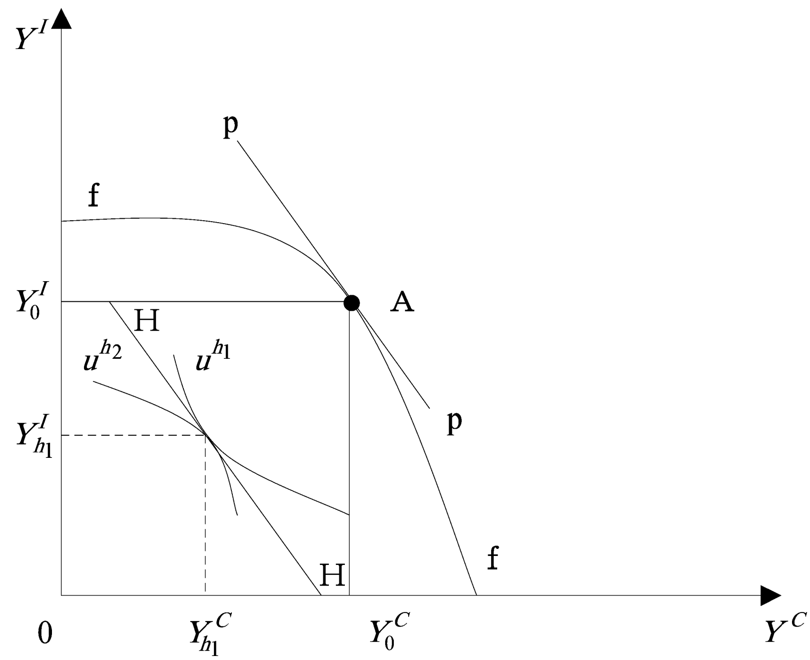
$$\frac{\partial du/\partial dY^I}{\partial du/\partial dY^C}=\frac{p_I}{p_C}=-\frac{dY^C}{dY^I}=\frac{\partial F^I/\partial L_I}{\partial F^C/\partial L_C} \qquad (2-7)'$$

と表される。これは，社会的生産可能曲線の傾きと無差別曲線の傾きが等しく，かつ，その傾きが市場価格比になることを示している。

これは図３ｃに描かれる。図３ｃの点Ａに消費財と投資財の生産が与えられると，その消費財と投資財は社会的効用を最大にするように配分される。点Ａにおいて，pp で与えられる機会曲線の傾きと ff で与えられる社会的生産可能性曲線の傾きが等しい。機会曲線の縦軸方向の傾きは，消費財で測った投資財の相対価格である。この傾きが大きいときには，相対的に消費財生産が投資財生産よりも多く，投資財が希少な財となっている。逆の場合には，消費財が希少な財になっている。

社会に二人の消費者がいるとき，二人に消費財と投資財を配分するという問題を考えてみ

図３ｃ　競争均衡と効率的な配分



よう。消費者を h_1 と h_2 としよう。消費者の効用関数は

$$u_l = u^l(Y^C_l,\ Y^I_l),\quad l = h_1,\ h_2 \tag{2-5)'}$$

でるとしよう。ここで，$Y^C_{h1}+Y^C_{h2}=Y^C$，$Y^I_{h1}+Y^I_{h2}=Y^I$ である。消費者 h_1 がその効用最大化行動をとるとしよう。この問題は

$$\underset{\{Y^C_{h1},\ Y^I_{h1}\}}{Max}\quad u^{h1}(Y^C_{h1},\ Y^I_{h1})$$

$$\text{sub. to}\quad u^{h2}(Y^C_{h2},\ Y^I_{h2}) = \bar{u}_{h2}$$

$$Y^C_{h1}+Y^C_{h2}=Y^C,\quad Y^I_{h1}+Y^I_{h2}=Y^I$$

である。生産要素の総量が一定のもとで，その社会的生産関数は

$$Y^C = F^C(Y^I,\ K,\ L)$$

である。このとき，効率的な配分は，

$$\frac{\partial u^{h1}/\partial Y^I_{h1}}{\partial u^{h1}/\partial Y^C_{h1}} = \frac{\partial u^{h2}/\partial Y^I_{h2}}{\partial u^{h2}/\partial Y^C_{h2}} = -\frac{dY^C_{h1}}{dY^I_{h1}} = -\frac{dY^C_{h2}}{dY^I_{h2}} \tag{2-8}$$

となるように，消費財と投資財の配分が決められる。これは，消費者1と消費者2の消費の限界代替率が等しくなるように，産出された消費財と投資財が配分されることを意味している。さらに，消費の限界代替率が生産物の限界変形率に等しいことを意味している。この均等は，社会的に産出される消費財と投資財の産出の組み合わせが効率的な生産編成になっていることを意味する。

図3cに(2−8)式の消費者1と消費者2の消費の限界代替率の均等関係が示される。消費の限界代替率が二人の消費者で等しいことは，二人の無差別曲線が接していることを示し，また，消費の限界代替率と生産物の限界変形率が等しいことは，pp線とHH線が平行になることを意味する。消費財が Y^C_0，投資財が Y^I_0 をそれぞれ産出され，消費者 h_1 に消費財を Y^I_{h1} 配分され，消費者 h_2 には $(Y^C_0-Y^C_{h1})$ が配分される。投資財については，それぞれに Y^C_{h1} と $(Y^I_0-Y^I_{h1})$ が配分される。

この配分は生産物の市場価格比に影響される。相対的に消費財価格が上昇する局面では，生産編成はより多くの消費財生産に生産要素が配分されるが，消費側では，消費財の需要が抑えられて，投資財需要が大きくなる。

第3節　生産要素価格曲線

本章の第1節と第2節では，競争経済の下で生産物価格と生産編成および消費配分の関係を見た。この節では，競争経済において生産要素価格と生産技術の選択の関係を見る。

消費財部門と投資財部門の生産関数は，第1章第1節で示したように，それぞれ

$$C = Y^C = F^C(K_C,\ L_C),\quad I \equiv Y^I = F^I(K_I,\ L_I),\quad I = \dot{K} + \delta K,\quad 0<\delta<1$$

である。社会的生産関数は，第１章で示したように，

$$C = F(Y^I,\ K,\ L) = F(I,\ K,\ L) = F(\dot{K} + \delta K,\ K,\ L)$$

である。両部門の生産関数の一次同次性の性質から，各部門の生産関数は

$$c \equiv \frac{C}{L_C} = F^C\left(\frac{K_C}{L_C},\ 1\right) \equiv f_C(k_C)$$

$$i \equiv \frac{I}{L_I} = F^I\left(\frac{K_I}{L_I,\ 1}\right) \equiv f_I(k_I)$$

と表される。ここで，c は労働一単位当たりの消費財量，i は労働一単位当たりの投資財量である。

新古典派経済学では，$f_i(k_i)$ は一人あたり産出量である。この関数において，

(1) $f_i(0) = 0$，$i = C$，I

(2) $f_i(k_i) > 0$，$i = C$，I　　$f_i''(k_i) \leqq 0$，for　$0 < k_i < \infty$

(3) $\underset{ki \to 0}{Lim}\ f_i'(k_i) = \infty$　および　$\underset{ki \to \infty}{Lim}\ f_i'(k_i) = 0$

が仮定される。最初の仮定は，投入量がゼロのときには，産出量もゼロになることを示す。第２の仮定は，正の資本投入があるとき，資本の限界生産力が正であることを示す。これは，資本が生産的であることを示す。第３の仮定は，限界生産力に関する仮定である。資本の投入量を限りなくゼロに近づけると，その限界生産力は無限に大きくなる。他方，資本の投入量が無限に大きくなると，その限界生産力は限りなくゼロに近づくことを示している。この仮定は，投入と産出の関係が不規則な動きをしないことを保証するための仮定である。生産集合が有界かつ凸になるための仮定である。

消費財価格を p_C，投資財価格を p_I，貨幣賃金率を w，資本のレンタルを q とするとき，内点解が存在するときの利潤最大化のための１階条件は

$$p_C\frac{\partial}{\partial K_C}F^C(K_C,\ L_C) = rp_I\frac{\partial}{\partial K_I}F^I(K_I,\ L_I) = q$$

$$p_C\frac{\partial}{\partial L_C}F^C(K_I,\ L_I) = p_I\frac{\partial}{\partial L_I}F^I(K_I,\ L_I) = w$$

である。生産関数が一次同次であるので，一人当たり消費財の産出は

$$c = \frac{Y^C}{L_C} = F^C(K_C/L_C,\ 1) = f_C(k_C)$$

となる。これより

$$Y^C = L_C f_C(k_C)$$

が得られる。これより，資本の限界生産力は

$$\frac{\partial Y^c}{\partial K_C}=L_C\frac{\partial f^c}{\partial k_C}\frac{\partial k_C}{\partial K_C}=L_Cf'_C(k_C)\frac{1}{L_C}=f'_C(k_C)$$

となる。よって，$\dfrac{\partial F^c}{\partial K_C}=f'_C(k_C)$が得られる。また，労働サービスの限界生産力は

$$\frac{\partial Y^c}{\partial L_C}=f_C(k_C)+L_C\frac{\partial f_C}{\partial k_C}\frac{\partial k_C}{\partial L_C}=f_C(k_C)+L_Cf'_C(k_C)\left(-\frac{K_C}{L^2{}_C}\right)=f_C(k_C)-k_Cf_C'(k_C)$$

となる。よって，消費部門における労働の限界生産力は

$$\frac{\partial F^c}{\partial L_C}=f_C(k_C)-k_Cf_C'(k_C)$$

である。生産要素の限界生産力は，資本―労働の比率の関数である。

ゆえに，消費財を価値基準財とすると，利潤最大化条件は

$$f_C'(k_C)=q/p_C=rp_I$$

$$f_C(k_C)-k_Cf_C'(k_C)=w/p_C=w$$

となる。ここで，消費財価格が 1 と仮定される。同様に，投資財部門においても

$$f_I'(k_I)=q/p_I=r，f_I(k_I)-k_If_I'(k_I)=w/p_I$$

となる関係が得られる。

消費財部門の生産要素価格曲線は，利潤最大化条件より，

$$f_C(k_C)-rp_Ik_C=w$$

と表される。この曲線は利潤最大を達成する実質賃金率と実質レンタル（実質利子率）の間の関係を示す。これは，実質賃金率が与えられると，利潤最大になるような実質レンタルを与える。この曲線より，

$$q=\frac{f_C(k_C)-w}{k_C} \tag{2−9 a}$$

あるいは

$$r=\frac{f_C(k_C)-w}{p_Ik_C} \tag{2−9 b}$$

が得られる。この技術が一定であれば，実質賃金率が変化するとき，実質レンタル（実質利子率）がどのように変化するかを与えることができる。これより，

$$\frac{dq}{dw}=-\frac{1}{k_C}<0 \tag{2−10 a}$$

あるいは

$$\frac{dr}{dw}=-\frac{1}{p_Ik_C}<0 \tag{2−10 b}$$

が得られる。これは，実質賃金率が上昇すると，実質レンタル（実質利子率）が低下することを示し，生産要素曲線が右下がりであることを意味する。

また，投資財部門の生産要素価格曲線は，利潤最大条件より，

$$f_I(k_I)-rk_I=w$$

と表される。この曲線の傾きは

$$\frac{dr}{dw}=-\frac{1}{k_I}<0 \tag{2-10$'$}$$

となる。これは，実質賃金率が上昇すると，実質利子率が低下することを意味する。この曲線も右下がりになる。

ゆえに，生産関数が一次同次であるとき，消費財部門ならびに投資財部門の生産要素価格曲線は，いずれも右下がりの直線になる。その傾きは，必ずしも同じではない。各部門の生産曲線の傾きは，資本―労働比率の大きさと投資財の価格に依存して決まる。両部門の資本―労働比率が同じで，かつ，投資財の価格が消費財の価格に等しいならば，消費財部門および投資財部門の生産曲線の傾きは一致する。生産要素価格曲線のより詳細な説明とこの価格曲線は第 3 章で与えられる。

第 3 章　生産要素価格曲線と要素価格フロンティア

第 1 節　生産要素価格曲線と一次同次の生産関数

消費財部門の生産要素価格曲線は，効率性条件を満たす曲線である。この曲線は，技術選択を効率的に実現するときの実質賃金率と実質レンタル率（利潤率）の関係を与える。消費財価格と投資財価格が同じであると仮定する。このもとで，その価格曲線は

$$f_C(k_C)=rk_C+w \tag{1}$$

として与えられる。この左辺は，一人あたりの消費財産出量であり，右辺は，実質賃金と利潤の総和である。(1)は生産要素価格曲線である。

いま，生産技術状態が与えられるとしよう。その技術状態が $\bar{k}_C$ とすると，生産要素価格曲線は

$$f_C(\tilde{k}_C)=r\tilde{k}_C+w \tag{1$'$}$$

となる。これから，

$$(dr/dw)_0=-1/\tilde{k}_C<0$$

が得られる。これが実質賃金率と利潤率の関係を示す曲線である。この生産要素価格線は，右下がりで，直線になる。また，生産技術状態が $\tilde{\tilde{k}}_C$であるとするとしよう。このとき，一人あたりの産出量は

$$f_C(\tilde{\tilde{k}}_C)=r\tilde{\tilde{k}}_C+w$$

と与えられる。$\tilde{k}_C < \tilde{\tilde{k}}_C$ であると仮定する。これから

$$(dr/dw)_1 = -1/\tilde{\tilde{k}}_C < 0$$

が得られる。これは右下がりの生産要素価格曲線を与える。

図4の生産要素価格曲線は，所与の資本－労働比率，すなわち，所与の一人あたり産出量のもとで描かれている。産出水準が増加し，一人あたり産出量が増加すると，生産要素価格曲線は上方に移動する。また，産出水準を一定にし，その資本－労働比率が変化すると，別の要素価格曲線が描かれる。生産技術が $\tilde{k}_C$ のその曲線と生産技術が $\tilde{\tilde{k}}_C$ の曲線の間では，

$$(dr/dw)_0 = -1/\tilde{k}_C > -1/\tilde{\tilde{k}}_C = (dr/dw)_1$$

という関係が絶対値において成立する。このことは，生産技術が $\tilde{k}_C$ に対応する生産要素価格曲線の方が大きな勾配を持つことを示している。

さらに，産出水準が一定のもとで，異なった生産技術に対応する生産要素価格曲線を無数に描くことができる。それぞれの生産要素曲線は異なった生産技術に対応するので，その曲線の勾配はそれぞれ異なっている。その各曲線は効率性の条件を満たす曲線である。その無数に存在する生産要素曲線を一人あたり産出量の高い（低い）順に並べることができる。

消費財部門の生産要素価格曲線についてと全く同じことが，投資財部門の生産要素価格曲線についても言える。すなわち，投資財部門の生産要素価格曲線とそのフロンティアを描く

図4　生産要素価格曲線

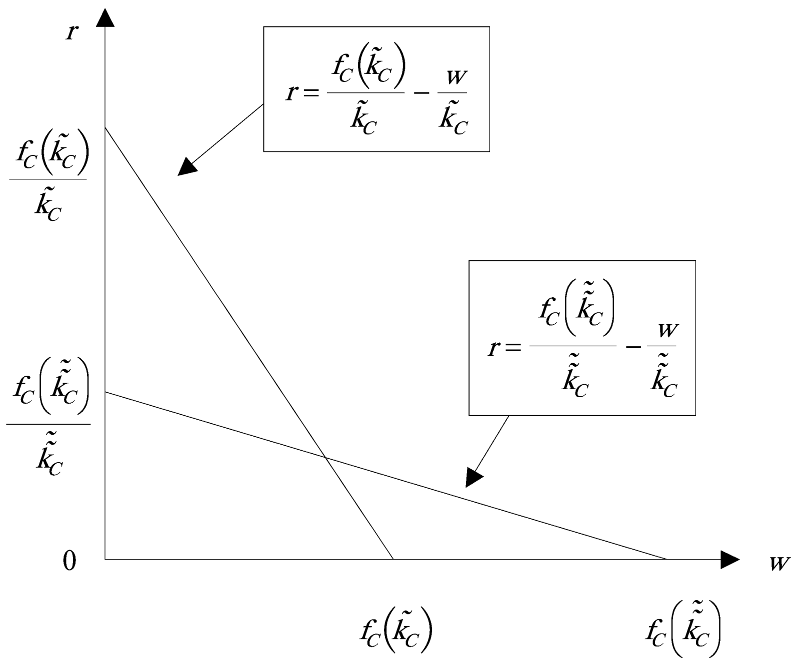
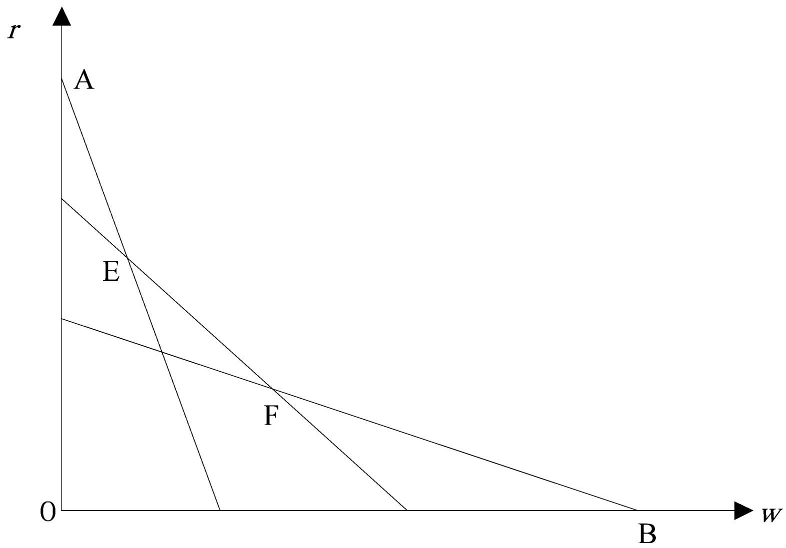


図５　生産要素価格曲線とそのフロンティア



ことができる。

第２節　生産要素価格フロンティアと効率性

この節では，消費財部門と投資財部門の二部門マクロ経済において，生産要素価格曲線とそのフロンティアの形状について説明しよう。消費財部門および投資財部門からなるマクロ経済において，各部門における一人あたり生産性関数は，それぞれ

$$f_C(k_C)=rk_C+w,\ f_I(k_I)=rk_I+w$$

である。いま，ここで $k_C=k_I=\hat{k}$ とすると，

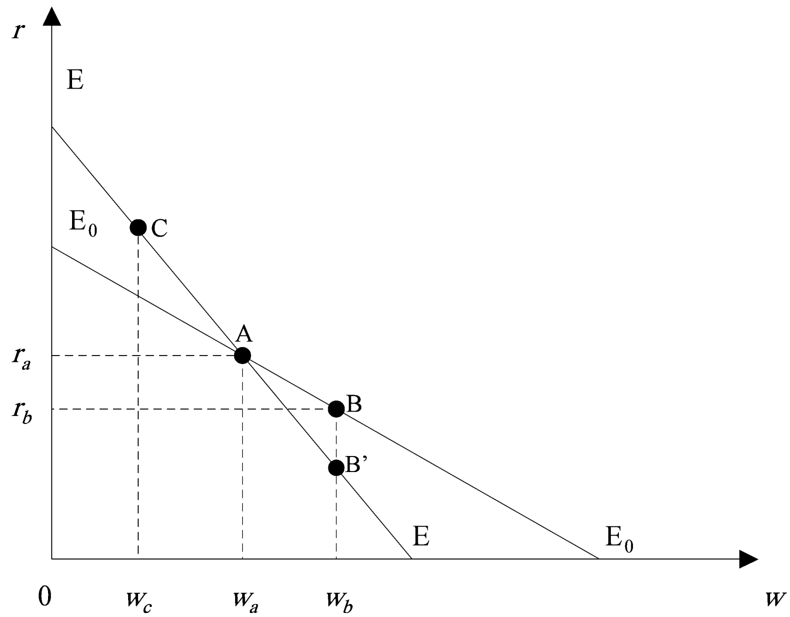
$$f(\hat{k})=r\hat{k}+w \tag{3−1}$$

が得られる。ここで $f_C(k_C)=f_I(k_I)=f(\hat{k})$ である。(3−1) 式から

$$r=\frac{f(\hat{k})-w}{\hat{k}} \tag{3−1)′}$$

が得られる。これは，二部門マクロ経済において，両部門の資本―労働比率が等しいときの生産要素価格曲線である。この曲線は，縦軸に利潤率，横軸に実質賃金率をとって表されるが，この曲線も右下がりになる。生産技術が異なると，異なった生産要素価格曲線が描かれる。この二部門マクロ経済において，生産要素価格曲線は図６に描かれる。それぞれの生産要素価格曲線は産出水準の高い（低い）順に描かれる。任意の二本の生産要素価格曲線が交わるとき，その交点では，二つの生産技術が同じ利潤率を与え，同じ実質賃金率のもとでは，

図6　二部門マクロ経済の生産要素価格曲線



いずれの生産技術も選択可能になる。

図6の点Aでは二つの生産技術が選択可能である。実質賃金率 w_a が与えられると，二つの生産技術，$\hat{k}$ と $\hat{k}'$，は同じ利潤率をもたらす。実質賃金率が w_b に上昇すると，E^0E^0 曲線の方がEE曲線よりも高い利潤率をもたらすので，二部門マクロ経済では，$\hat{k}'$ の生産技術が採択される。

図6において，実質賃金率が w_b のとき，生産技術が $\hat{k}$ の経済と $\hat{k}'$ の経済を比較すると，同一の産出水準と同一の実質賃金率が実現しているが，利潤率は前者の経済においてより高い。このことは，生産技術 $\hat{k}'$ を使用する経済の方がより効率的であることを示している。実質賃金率が w_b に与えられると，利潤率 r_b が実現する。これは生産技術 $\hat{k}$ が使用されるときの利潤率 r_b' よりも高く，生産技術 $\hat{k}'$ の選択は効率性の条件を満たす。同様にして，図6において，実質賃金率が w_c に与えられるとき，生産技術 $\hat{k}$ の二部門マクロ経済の方がより効率的である。

生産要素価格フロンティアは，より効率性の高い生産要素価格曲線の包絡線になる。例えば，生産技術が $\hat{k}$，$\hat{k}'$，$\hat{k}''$ の3つの中で生産技術の選択を考察してみよう。実質賃金率 w_a のときには，生産技術 $\hat{k}'$ と生産技術 $\hat{k}$ が等しく効率的であるが，実質賃金率が w_a よりも高くなると，生産技術 $\hat{k}'$ の方が生産技術 $\hat{k}$ よりも効率的である。実質賃金率が w_b まで上昇すると，生産技術 $\hat{k}'$ が生産技術 $\hat{k}$ よりも効率的であるだけではなく，生産技術 $\hat{k}''$ と同じくらい

に効率的である。実質賃金率が w_b よりも高くなると，生産技術 $\hat{k}''$ がより効率的になる。生産要素価格フロンティアは生産要素価格曲線の包絡線であり，マクロ経済における効率性を満足する。このフロンティアは原点に対し凸になる。

次に，消費財部門と投資財部門の生産技術が異なる状況で生産要素価格曲線の形状とそのフロンティアを導出してみよう。次の関係が成立する。

$$p_I f^I(k_I) = w + Rk_I \tag{3－2 a}$$

$$p_C f^C(k_C) = w + Rk_C \tag{3－2 b}$$

また，

$$R = rp_I \tag{3－3}$$

上の（3－1）式と（3－3）式から

$$p_I f^I(k_I) = w + rp_I k_I$$

が得られる。これから

$$\frac{p_I}{w} = \frac{1}{f^I(k_I) - rk_I} \tag{3－4}$$

が得られる。(3－2）式に（3－3）式と（3－4）式を代入すると

$$\frac{p_C}{w} = \frac{1}{f^C(k_C)} + \frac{rk_C}{f^C(k_C)(f^I(k_I) - rk_I)} \tag{3－5}$$

が得られる。(3－5)式が消費財部門と投資財部門の二部門マクロ経済での生産要素価格曲線を与える。この経済において消費財を価値基準財とすると，(3－5）式は

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{f^C(k_C)} + \frac{rk_C}{f^C(k_C)(f^I(k_I) - rk_I)} \tag{3－5}'$$

となる。これを変形すると

$$rw(k_C - k_I) + wf^I(k_I) + rk_I f^I(k_I) = f^C(k_C) f^I(k_I) \tag{3－6}$$

が得られる。これは，生産技術が与えられるとき，生産要素価格曲線である。この曲線は

$$\frac{dr}{dw} = -\frac{r(k_C - k_I) + f^I(k_I)}{w(k_C - k_I) + k_I f^I(k_I)} < 0 \tag{3－7}$$

を意味する。消費財部門の資本―労働比率が，投資財部門のその比率より大きくなるときには，これは生産要素価格曲線が右下がりであることを意味する。ここで，$k_C = k_I$であれば，

$$\frac{dr}{dw} = -\frac{1}{k_I} < 0$$

となる。これは，消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が等しいとき，生産要素価格曲線が右下がりになることを意味する。この曲線は，前節に見たように，直線になる。(3－7）式から，$k_C > k_I$であれば，

$$\frac{d^2r}{dw^2} = -\frac{(dr/dw)(k_C - k_I)[w(k_C - k_I) + k_I f^I(k_I)] + r(k_C - k_I)^2}{[w(k_C - k_I) + k_I f^I(k_I)]^2} > 0$$

となる。これは，消費財部門の資本―労働比率が投資財部門のその比率より大きいときには，生産要素曲線は原点に対し凸になることを意味している。逆に，$k_C < k_I$の時には，

$$\frac{d^2r}{dw^2} < 0$$

となる。これは，生産要素価格曲線が原点に対し凹になることを意味する。

生産要素曲線の形状について説明しよう。この曲線の方程式は（3−6）式である。この曲線において，$w=0$ とすると，

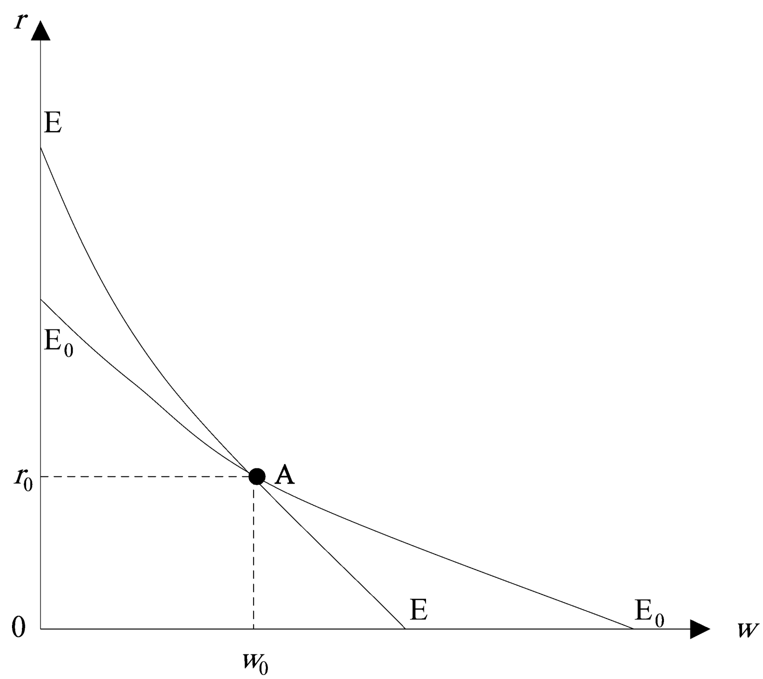
$$r = \frac{f^C(k_C) f^I(k_I)}{k_I}$$

が得られる。ここで，$\tilde{k}_I > \hat{k}_I$ とすると，

$$\frac{f_C(k_C) f^I(\tilde{k}_I)}{\tilde{k}_I} < \frac{f_C(k_C) f^I(\tilde{k}_I)}{\hat{k}_I}$$

が得られる。この関係は資本の限界生産力が逓減するために成立する。$k_C > k_I$ のもとで，生産技術が$(k_C,\ \tilde{k}_I)$のときの生産要素価格曲線は，図 7 の EE 曲線で示され，生産技術が$(k_C,$

図 7　生産要素価格曲線



$\hat{k}_I$）のとき，生産要素曲線は E_0E_0 曲線にて示される。

第 3 節　生産要素価格フロンティアと実質ウィクセル効果

3.1　消費財部門および投資財部門の資本―労働比率が同じである場合

この節では，それぞれの部門の生産関数は，一次同次関数であると仮定し，さらに，消費財部門および投資財部門の資本―労働比率が同じである（$k_C = k_I$）と仮定する。このとき，社会的生産可能性曲線は直線になり，産出物は，生産段階では消費財と投資財の区別がない。この区別は需要側において決められる。また，その仮定のもとでは，各生産要素価格曲線は直線となる。生産技術に応じて生産要素価格曲線を描くことができる。理論的には，無数の生産要素価格曲線を描くことができ，同時に，各要素価格曲線を生産技術に従って並べることができる。

生産要素価格フロンティアは無数の生産要素価格曲線の包絡線である。図 8 a において，生産要素価格フロンティアは，点 E，A，B そして点 E_1 を結んで形成される。二部門マクロ経済の生産技術はこのフロンティアに沿って選択され，その経済はその曲線に沿って運行する。図 8 a の EE 曲線で表される生産要素価格曲線は，$\hat{k}$ で表される資本―労働比率の生産技術に対応している。また，E_0E_0 のその曲線は，$\hat{k}'$ で表される資本―労働比率の生産技術に対応している。生産技術 $\hat{k}$ と $\hat{k}'$ の間では，$\hat{k}' > \hat{k}$ なる関係が成立する。このとき

$$\frac{f(\hat{k})}{\hat{k}} > \frac{f(\hat{k}')}{\hat{k}'}$$

となる。というのは，資本の限界生産力の逓減が働くからである。この関係は，縦軸上では，EE 曲線の切片が E_0E_0 曲線の切片の上方に位置する。EE 曲線の勾配の方が E_0E_0 曲線よりも小さく，両曲線が直線であるので，両曲線はたかだか一回だけ交わる。その交点は図 8 a 上では，点 A である。点 A において

$$\frac{f(\hat{k}) - w_a}{\hat{k}} = \frac{f(\hat{k}') - w_a}{\hat{k}'} \equiv r_a$$

という関係が成立する。これより

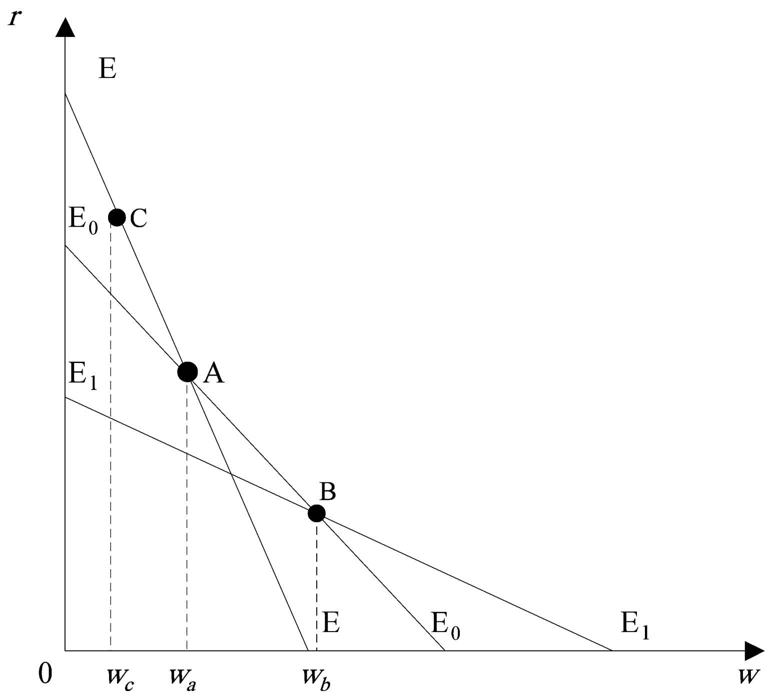
$$w_a = \frac{\hat{k}f(\hat{k}') - \hat{k}'f(\hat{k})}{\hat{k} - \hat{k}'}$$

が得られ，$\hat{k}' > \hat{k}$ であるので，$w_a > 0$ のもとでは，

$$\frac{f(\hat{k}')}{\hat{k}'} < \frac{f(\hat{k})}{\hat{k}}$$

が得られる。しかし，実質賃金率が w_b になると，

図 8 a　生産要素価格曲線と生産要素価格フロンティア



$$\frac{f(\hat{k})-w_b}{\hat{k}}<\frac{f(\hat{k}')-w_b}{\hat{k}'}$$

となる。これは，生産技術 $\hat{k}'$ のもとでの利潤率の方が生産技術 $\hat{k}$ の場合よりも高いことを示している。このとき，二部門マクロ経済では，生産技術 $\hat{k}'$ を使用することが効率的である。

図 8 a の点Aにおいて，二部門マクロ経済における生産技術の転換が起こる。すなわち，利潤率が低下すると，生産技術は $\hat{k}$ から $\hat{k}'$ に転換する。図 8 a の生産要素価格フロンティアでは，利潤率が低くなり，実質賃金率が高くなるにつれて，より大きな資本―産出比率の生産技術が選択される。すなわち，二部門マクロ経済において，利潤率が低くなると，実質資本価値を大きくする生産技術がつぎつぎと選択され，生産技術の転換が起こることになる。利潤率の低下が，生産技術の選択を通じて，実質資本価値を大きくすることを正の実質ウイクセル効果と言う。また，図 8 a の点Bでは，利潤率が低下すると，$\hat{k}''=\hat{k}'$ となる生産技術 $\hat{k}''$ が選択される。このように，利潤率が低下すると，一人あたり資本価値の大きい生産技術が選択される。

正の実質ウィクセル効果が作用するマクロ経済では，利潤率の低下が実質資本価値を増加させ，この増加が一人あたりの消費量を増加させ，そして社会的厚生を高める。このように，

正の実質ウィクセル効果が作用するマクロ経済では，利潤率の低下が社会的厚生をも高める。

このことを示してみよう。生産関数が一次同次のもとで，利潤率の低下が実質資本価値を大きくし，さらに，一人あたり消費量が増加し，社会的厚生が増加することを示す。生産技術が社会的生産関数で示され，それが一次同次である。社会的生産関数は

$$Y^C=F(Y^I,\ K,\ L)$$

で示され，一次同次が仮定されると，この社会的生産関数は

$$c=f(i,\ k) \tag{3-8}$$

が得られる。ここで，$c\equiv Y^C/L$，$i\equiv Y^I/L$，$k\equiv K/L$ である。(3−8) 式より

$$\frac{dc}{dr}=\frac{\partial f}{\partial i}\frac{di}{dr}+\frac{\partial f}{\partial k}\frac{dk}{dr}$$

が得られる。また，$Y^I=\dot{K}+\delta K$ であるとき，$Y^I/L\equiv i=\dot{K}/L+\delta(K/L)$ となる。さらに，$\dot{K}/L=(K/L)+n(K/L)=\dot{K}+nk+\delta k$ である。よって，恒常状態では，$\dot{K}=0$ より，

$$i=(n+\delta)k$$

となる。このことを考慮すると，恒常状態では，

$$\frac{dc}{dr}=\frac{\partial f}{\partial i}(n+\delta)\frac{dk}{dr}+\frac{\partial f}{\partial k}\frac{dk}{dr}$$

が得られる。また，完全競争経済が仮定されると，市場メカニズムの働きによって，次の

$$\frac{\partial f}{\partial i}=-\frac{p_I}{p_C},\quad \frac{\partial f}{\partial k}=\frac{rp_I}{p_C}$$

関係が得られる。この関係を上の関係式に代入すると

$$\frac{dc}{dr}=\frac{p_I}{p_C}(r-(n+\delta))\frac{dk}{dr} \tag{3-9}$$

が得られる。(3−9)式において，$r-(n+\delta)>0$ であるので，$dk/dr<0$ であれば，$dc/dr<0$ である。これは，利潤率の低下が一人あたり消費量を増加させることを意味する。図 8 b に，利潤率と実質消費の関係が示されている。利潤率が低下すると，実質消費が増加することが示される。

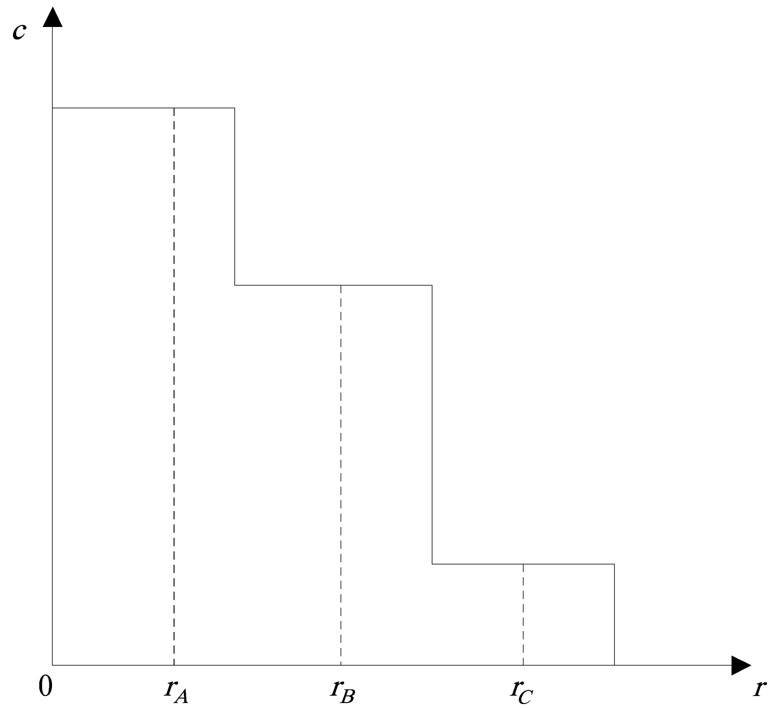
次に，消費財部門および投資財部門の資本—労働比率が同じである（$k_C=k_I$）もとで，正のウィクセル効果が社会的厚生を高めることを示そう。社会的厚生関数が

$$U=U(c) \tag{3-10}$$

であるとしよう。この効用水準を生産技術制約のもとで最大にする問題を考察することによって，正の実質ウィクセル効果が社会的厚生を高めることを示すことができる。生産技術制約は，(3−8) 式の $c=f(i,\ k)$ で与えられる。これを (3−10) 式に代入すると

$$U=U(f(i,\ k))$$

図 8 b　利潤率と一人あたり消費量



が得られる。これより，利潤率の変化の社会的厚生に与える効果は

$$\frac{dU}{dr}=\frac{dU}{dc}\frac{dc}{dr}=\frac{dU}{dc}\left[\frac{p_I}{p_C}(r-(n+\delta))\right]\frac{dk}{dr} \tag{3−11}$$

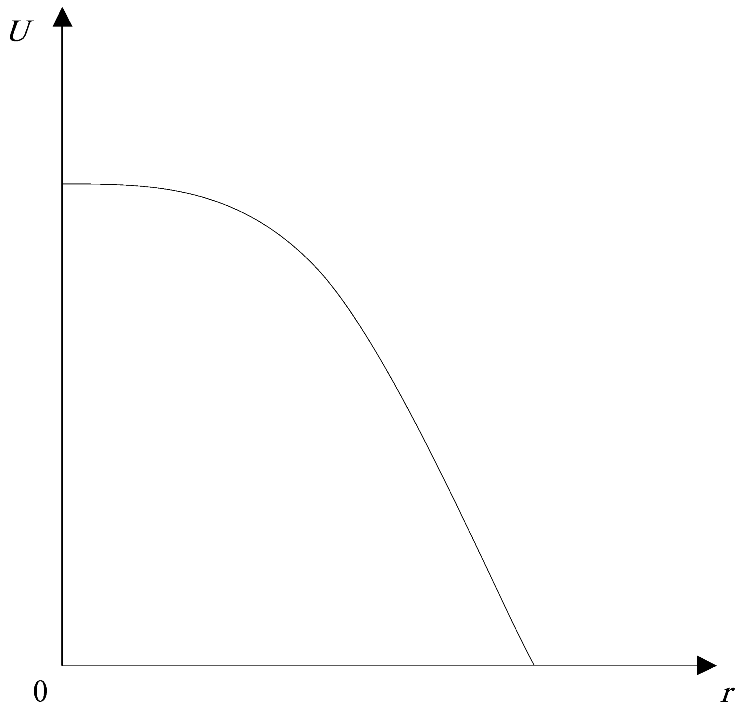
が得られる。ここにおいて，$dU/dc>0$，$r-(n+\delta)>0$ であるので，$\frac{dk}{dr}<0$ ならば，$\frac{dU}{dr}<0$ である。これは，正の実質ウィクセル効果が働くと，利潤率低下が一人あたりの消費量を増加させ，社会的厚生を増加させることを意味する。生産要素価格のフロンティアが図 8 a のように原点に対して凸になっている場合には，利潤率の低下は社会的厚生を高くすることができる。消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が等しい二部門マクロ経済では，正の実質ウィクセル効果の働きによって，利潤率低下が社会的厚生を高めると言える。

3.2　消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が異なる場合

次に，消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が異なる場合にも，正の実質ウィクセル効果が作用し，利潤率低下が社会的厚生を高くすることを調べてみよう。

消費財部門の資本―労働比率の方が投資財部門のその比率よりも大きいとしよう。生産技

図８c　利潤率と社会的厚生



術が与えられると，各部門における産出量が与えられ，さらに，その技術に適した生産要素の投入量も決まる。

生産要素価格曲線は第３章第１節の（3－6）式で与えられた，すなわち，それは

$$rw(k_C-k_I)+wf^I(k_I)+rk_If^I(k_I)=f^C(k_C)f^I(k_I)$$

であった。ここで，$w=0$ とすると，$k_C>k_I$のもとで，利潤率は

$$\hat{r}=\frac{f^C(k_C)f^I(k_I)}{k_If^C(k_C)}=\frac{f^I(k_I)}{k_I}$$

と示され，また，$k_C=k_I$のもとでは，$w=0$ であれば，

$$\tilde{r}=\frac{f^C(k_C)f^I(k_I)}{k_If^I(k_I)}=\frac{f^I(k_I)}{k_I}$$

である。ゆえに，$w=0$ のとき，消費財部門と投資財部門の資本―労働比率に関係なく，利潤率は同じ水準（すなわち，$\hat{r}=\tilde{r}$）になる。

他方，$r=0$ とすると，$k_C>k_I$のもとで，

$$w=\frac{f^C(k_C)f^I(k_I)}{f^I(k_I)}=f^C(k_C)$$

である。さらに，この関係は，$k_C=k_I$ であろうと，$k_C<k_I$ であろうとも成立する。生産要素価格曲線は，$w=0$ のとき，$\hat{r}=\tilde{r}=f^I(k_I)/k_I$ であり，$r=0$ のとき，$w=f^C(k_C)$ を通る。この二点を通り，原点に凸になる曲線が，$k_C>k_I$ のもとでの生産要素価格曲線である。この曲線は図 9 の実線 EE であり，点線で示される生産要素価格曲線は，$k_C=k_I$ のもとで得られる。図 9 において，生産技術が与えられているとき，利潤率の低下は生産技術の選択には影響しないが，名目資本価値の大きさには影響する。その効果は価格ウィクセル効果と呼ばれる。例えば，利潤率が r_0 から r_1 に低下すると，生産技術が一定のもとでは，資本価値は

$$p_I k_I=\frac{p_I f^I(k_I)\left[f^C(k_C)-w_0\right]}{r_0 f^C(k_C)}$$

から

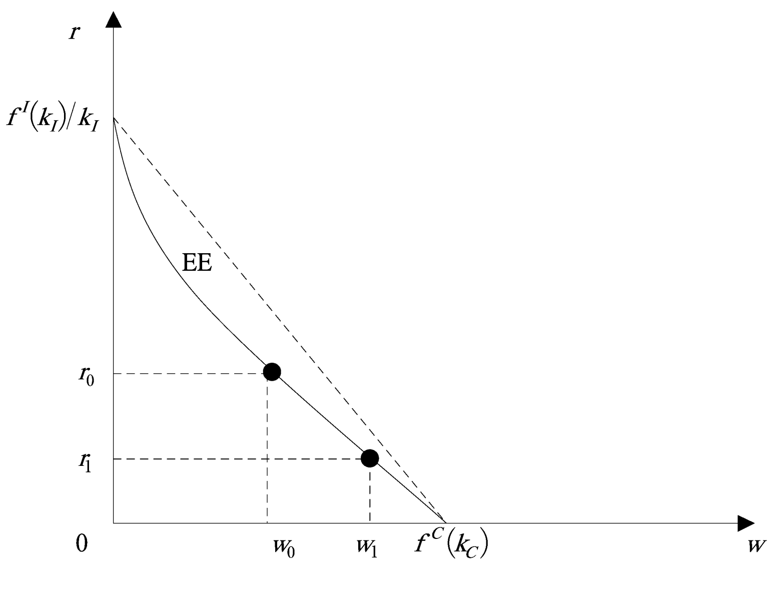
$$p'_I k_I=\frac{p'_I f^I(k_I)\left[f^C(k_C)-w_1\right]}{r_1 f^C(k_C)}$$

に変化する。利潤率の低下は，p_I から p'_I に資本財価格を変化させる。生産関数の一次同次性が仮定されると，$f^C(k_C)-w=rk_C$ であるので，このことを考慮すると，それぞれの資本価値は

$$p_I k_I=\frac{p_I f^I(k_I)\left[r_0 k_C\right]}{r_0 f^C(k_C)}=\frac{p_I f^I(k_I)\,k_C}{f^C(k_C)}$$

および

図 9　生産要素価格曲線と価格ウィクセル効果



$$p'_I k_I = \frac{p'_I f^I(k_I)\,k_C}{f^C(k_C)}$$

となる。ここにおいて，生産技術が不変であれば，資本価値の大きさの違いはその価格の違いによって決まる。利潤率が r_0 のとき，資本価格は p_I，利潤率が r_1 のときには，資本価格は p'_I である。$r_0 < r_1$ であるので，$p_I < p'_I$ である。よって，利潤率が低下すると，投資財（資本財）の価格が上昇して，実質資本価値が増加する。すなわち，利潤率が $r_0 > r_1$ の関係にあるとき，

$$p_I k_I < p'_I k_I$$

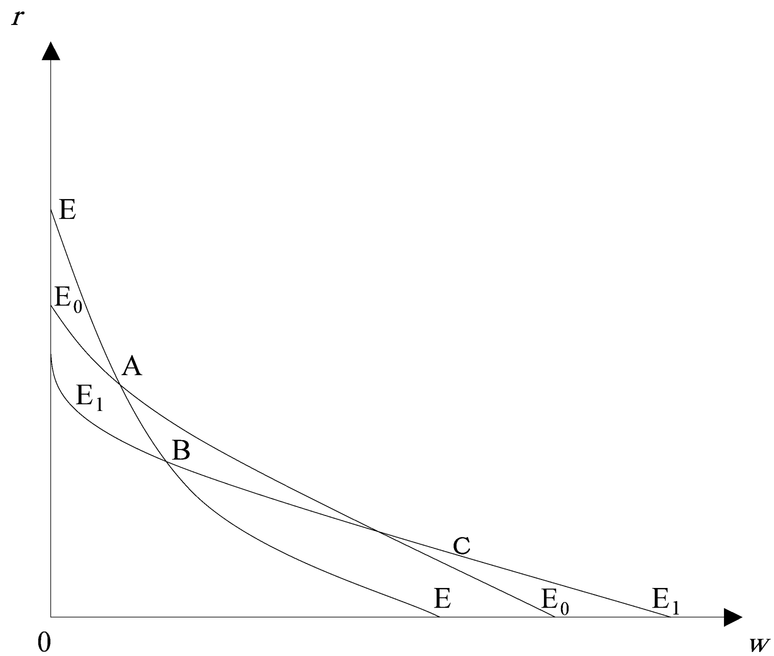
となる。

次に，実質ウィクセル効果について説明しよう。$k_C > k_I$ を仮定しよう。このとき，各生産要素価格曲線は原点に凸であり，そのフロンティアも原点に凸である。図 7 のように，生産要素価格曲線である EE 曲線と E_0E_0 曲線が一点Aで交わるとき，利潤率の低下は，資本価値を大きくする生産技術が選択される。図 7 において，利潤率が r_0 より高いときには，EE 曲線に対応する生産技術が選択される。利潤率が丁度 r_0 のとき，EE 曲線および E_0E_0 曲線に対応する生産技術が同じ利潤率をもたらすので，その二つのいずれの技術も選択可能である。利潤率が r_0 より低くなると，E_0E_0 曲線に対応する生産技術が選択される。

利潤率が r_0 のとき，生産技術が $(k'_C,\ \tilde{k}_I)$ と $(k_C,\ \hat{k}_I)$ のいずれも選択可能である。利潤率が r_0 より低くなると，生産技術 $(k'_C,\ \hat{k}_I)$ が選択される。図 7 の E_0E_0 曲線に沿って，利潤率と実質賃金率の関係が得られる。図 7 では，生産技術が 2 つであるので，利潤率と生産技術の関係は不連続である。その図の点Aにおいて生産技術の転換が起こる。生産要素価格曲線が原点に対し凸で，それぞれの生産要素価格曲線が一度のみ交わり，さらに，そのフロンティアが原点に対し凸のときは，生産技術の再転換はあり得ない。利潤率の低下は，実質資本価値を大きくすることになる。

生産技術が連続的変化を示す生産要素価格曲線のフロンティアでは，この曲線に沿って，利潤率の低下に対し生産技術が連続的に選択される。この連続的な変化は，生産技術の連続的な転換を意味する。そのフロンティアが原点に凸のときには，利潤率が低下すると，実質資本価値が大きくなる生産技術が選択される。これは，利潤率の低下によって，より資本集約的な生産技術が，消費財部門および投資財部門の生産において使用されることになる。消費財部門が投資財部門より大きい資本－労働比率をもつときには，生産技術の選択は原点に凸の生産要素価格フロンティアによって説明される。図 10 において，消費財部門が投資財部門より資本集約的である二部門マクロ経済における生産要素価格フロンティアが示されている。生産要素価格曲線のフロンティアは外側の生産要素価格曲線である。そのフロンティアは $EACE_1$ である。このフロンティアに沿って生産技術が選択される。

図10　生産技術の選択と生産要素価格フロンティア



利潤率の低下は，投資財部門ならびに消費財部門の資本集約度を大きくするので，利潤率の低下は，実質資本価値を大きくする。このことは，すでに説明したように，実質ウィクセル効果であり，この効果が働くと，利潤率の低下によって，消費水準は大きくなり，さらに，社会的厚生水準も上昇する。

第4節　生産技術の選択とその再転換

前節では，生産要素価格曲線のフロンティアによって生産技術の選択を示した。特に，そのフロンティアが原点に対し凸であるとき，利潤率の連続的な変化に対し，生産技術の連続的な選択が示される。各生産要素価格曲線が相互に一度限り交わる場合には，生産技術の再転換は発生しない。

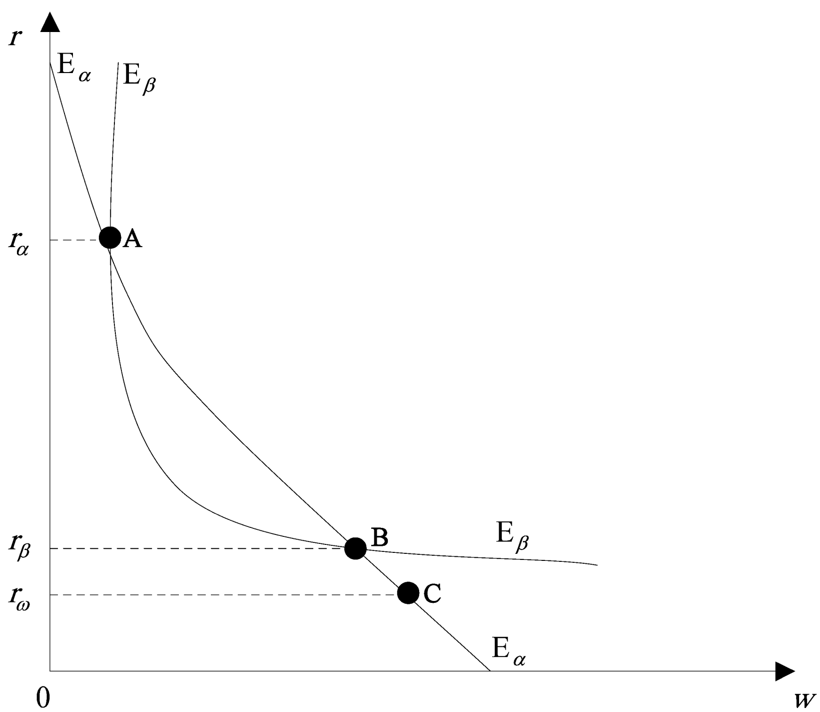
生産技術の再転換について説明しよう。利潤率が r_α では生産技術 α が選択され，利潤率が低下し，利潤率が r_β になると，この利潤率 r_β では生産技術 β が選択されるとしよう。ここでは $r_\alpha > r_\beta$ である。利潤率がさらに低下し，r_ω 低下に達すると，再び生産技術 α が選択されるならば，生産技術は β から α に逆転し，生産技術の再転換が生じる。この生産技術の再転換は，利潤率の低下にもかかわらず，実質資本価値が小さくなる生産技術が選択されることを意味するだけではなく，また，一人あたり消費量を小さくする生産編成に戻ることを意味し

ている。この転換が効率的な生産編成である。これは，新古典派の定理からすると，逆説的な結果である。

最初に，生産技術の再転換を図解してみよう。図 11 は生産技術の再転換を示したものである。二つの生産技術 α，β を想定し，消費財部門の資本―労働比率は，投資財部門の資本―労働比率より大きいとする。このとき，生産要素価格曲線はいずれも原点に対し凸である。生産要素価格曲線は二点で交わるとしよう。その二点は，図 11 においては，点AとBである。利潤率が r_α より高いときには，生産技術 α が採用され，利潤率が r_α と r_β の間では，生産技術 β が採択され，そして利潤率が r_β より低くなると，再び生産技術 α が採用される。利潤率が r_ω のときには，生産技術 α が採用される。点Aでは，生産技術 α から生産技術 β への転換が起こり，点Bでは，生産技術 β から生産技術 α への転換が起こり，生産技術の再転換が生じる。

次に，生産技術の再転換が，資本の深化を逆転させることを説明しよう。利潤率が低下すると，必ずしも実質資本価値を大きくする生産技術が選択されるのではなく，その価値のより低い生産技術が選択されることを生産技術の再転換は意味する。つまり，生産技術 α から生産技術 β に移るときには，実質資本価値が増加するが，逆方向の生産技術 β から生産技術

図 11　生産技術の再転換と利潤率

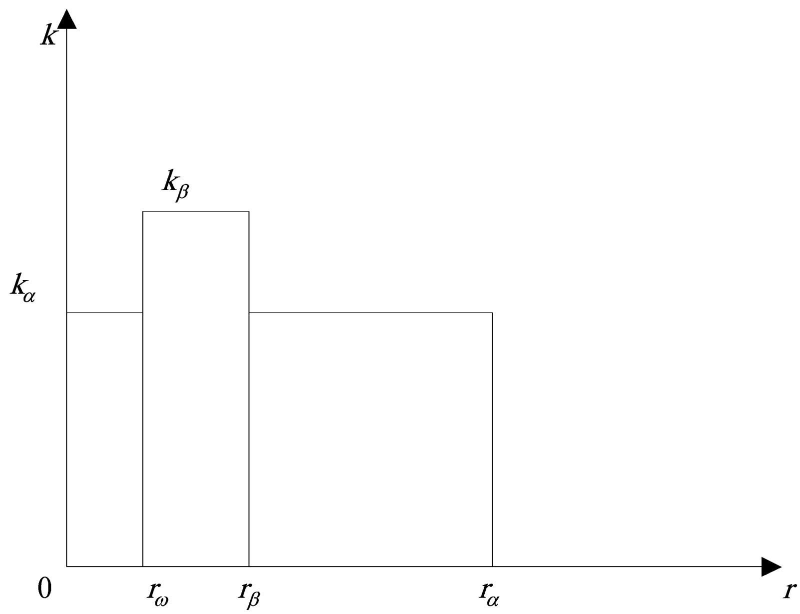


α に移るときには，実質資本価値は低下する。このことは，図12に示される。

最後に，一人当たり消費量も生産技術の再転換によって減少することを説明しよう。利潤率が r_α から低下し，利潤率が r_β までは，一人あたり消費量は利潤率の低下と伴に増加するが，しかし，利潤率が r_β より低くなると，逆に，一人あたり消費量が減少することになる[6]。一人あたり消費量も実質資本価値と同様に，利潤率が r_β より低くなると，その水準が逆転する。このことは，図13に示される。

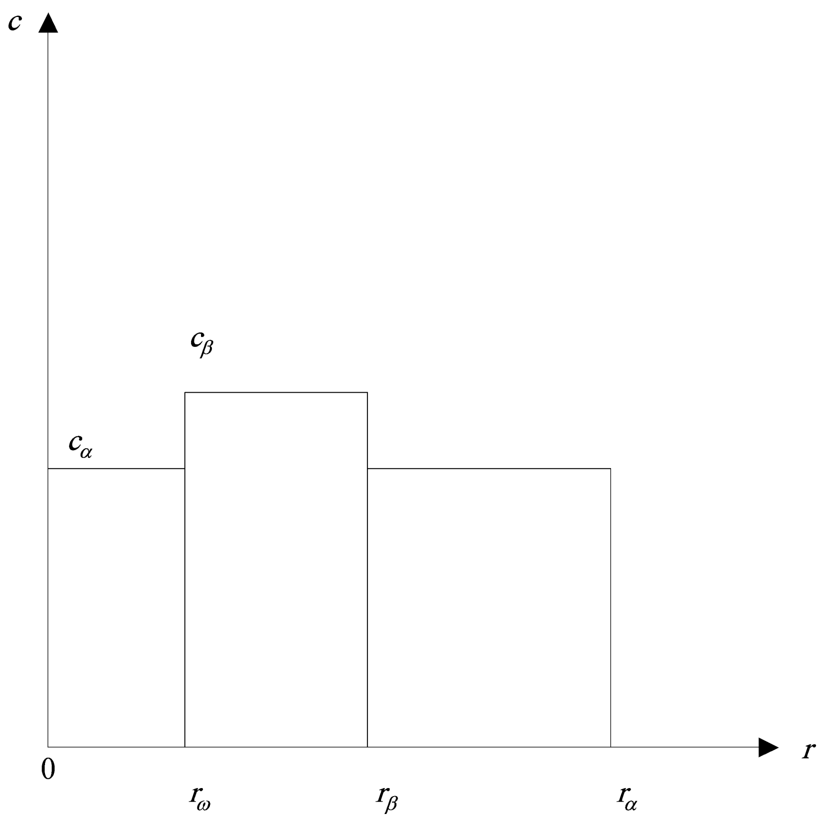
生産要素価格曲線が直線の場合には，利潤率と資本価値および一人当たり消費量さらに社会的厚生に規則性のある関係が保たれる。消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が同じであれば，本章第3節で示したように，生産要素価格曲線は直線になる。この直線の場合には，任意の二つの生産要素価格曲線は一回しか交わらないので，生産技術の再転換は発生しない。生産技術の再転換がないときには，利潤率の低下は一人あたり消費量を増加させる。利潤率の低下が社会的厚生を増加させる。

図12　生産技術の再転換と実質資本価値



[6] 生産技術の再転換がおこらない場合でも，利潤率の低下に対し，一人あたりの消費量が減少する場合がある。このことは，生産技術が3つ以上の経済において容易に示すことができる。ゆえに，生産技術の再転換のみが一人あたり消費量の逆説的な動きを説明するものではない。

図 13　生産技術の再転換と一人あたり消費量



第 5 節　生産技術の選択と分配

消費財部門と投資財部門の二部門からなるマクロ経済の生産関数が

$$C \equiv Y^C = F^C(K_C,\ L_C)$$

$$I \equiv Y^I = F^I(K_I,\ L_I),\ I = \dot{K} + \delta K,\ 0 < \delta < 1$$

である。それぞれの生産関数において一次同次が仮定されると，第 2 章第 3 節で示したように，上の生産関数は一人当たりで表される。すなわち，それは

$$c \equiv \frac{C}{L_C} = F^C\left(\frac{K_C}{L_C},\ 1\right) \equiv f_C(k_C)$$

$$i \equiv \frac{I}{L_I} = F^I\left(\frac{K_I}{L_I},\ 1\right) \equiv f_I(k_I)$$

と表される。本章第 1 節で示したように，消費財部門の生産要素価格曲線は

$$f_C(k_C) = rk_C + w \tag{3-12}$$

であるとしよう。同様に投資財部門の生産要素価格曲線が得られる。(3－12）式より

$$(dr/dw) = -1/k_C < 0 \tag{3－13}$$

が得られ，生産要素価格曲線は右下がりである。生産要素価格曲線は図 4 に示され，この曲線のフロンティアは図 5 に示される。

生産要素価格曲線の弾力性を ε_d とすると，この弾力性は

$$\varepsilon_d = -\frac{(dr/r)}{(dw/w)} = -\frac{dr}{dw}\frac{w}{r} \tag{3－14}$$

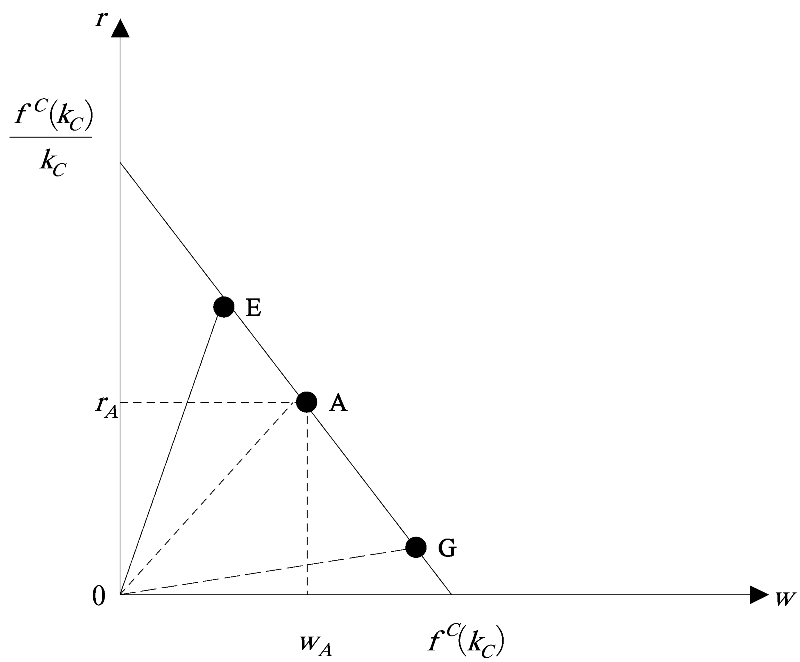
と示される。これに（3－13）式を代入すると

$$\varepsilon_d = \frac{w}{rk_C}$$

が得られる。これは，資本と労働の分配分の比率である。この弾力性が 1 のとき，資本と労働の取り分は等しい。すなわち，これは，付加価値の丁度半分を資本と労働が分けることを示す。その弾力性が 1 より大きいときには，労働の取り分が資本の取り分より大きくなる。その弾力性が I より小さいときには，資本の取り分が労働の取り分より大きくなる。

ある生産技術のもとで生産要素価格曲線が描かれる。その生産要素価格曲線の弾力性が図 14 に示される。図 14 において，その中点における弾力性は 1 であり，その中点における利潤

図 14　生産要素価格曲線の弾力性と分配分



率よりも高い利潤率では，その弾力性は1より大きくなる。例えば，点Eでは，その弾力性は1より大きい。また，その中点における利潤率より低くなると，その弾力性は1より小さくなる。例えば，点Gではその弾力性は1より小さい。

生産要素価格曲線が原点に対し凸になるときには，その任意の点における弾力性は，所得の分配分の比率を示してはいない。その曲線の傾きは，本章第2節の（3−7）式で示したように，

$$\frac{dr}{dw}=-\frac{r\,(k_C-k_I)+f^I(k_I)}{w\,(k_C-k_I)+k_If^I(k_I)}<0$$

であった。その弾力性は，

$$\varepsilon_d=\frac{r\,(k_C-k_I)+f^I(k_I)}{w\,(k_C-k_I)+k_If^I(k_I)}\times\frac{w}{r}$$

となり，明らかに，その弾力性は所得の分配分の比率ではない。

よって，生産要素価格曲線の弾力性が，分配分の比率を示すための十分条件は，

1．生産関数が一次同次であり，

2．消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が等しく，

3．資本財が一種類である。

この仮定の下では，生産要素価格曲線は直線になる。

消費財部門と投資財部門の資本―労働比率が異なり，消費財部門のその比率がより大きいとき，生産要素価格曲線は原点に対し凸になり，生産物の社会的生産可能曲線は原点に対し凹になる。最初に生産要素の総量が与えられとしよう。そうすると，各部門は利潤最大になるように，生産要素の投入量と産出量を決定し，利潤最大にする競争均衡が成立する。この均衡は，

$$(w,\ q,\ (K_C,\ L_C,\ Y^C),\ (K_I,\ L_I,\ Y^I))$$

と与えられる。ここで，$q=rp_I$ である。このことは，第2章第1節において説明した。この競争的均衡では，利潤最大になるように，実質賃金率，利潤率および投入比率が決まり，労働の取り分と資本の取り分も決まる。ゆえに，利潤最大になるように，所得の分配分の比率も決まる。

逆に，生産要素価格が与えられたとき，費用最小にする生産技術が選択され，生産要素の投入量がきまり，同時に生産物の産出量が決まる。生産要素価格および生産技術が決まると，生産要素の分配分も決まる。

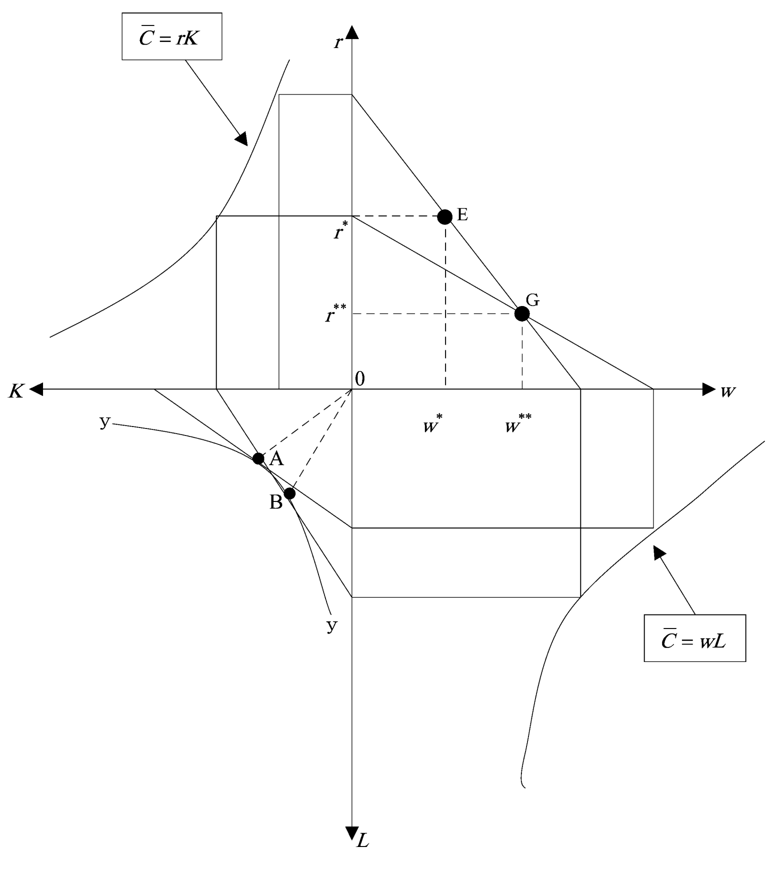
第6節　生産技術の選択と生産物価格

生産物価格フロンティアにおいて，実質賃金率が与えられると，利潤率を最大にする生産

技術が選択される。ここで選択される生産技術は効率的な生産技術である。生産技術が選択されるとき，利潤率と効率的な生産技術が同時に決まり，次に，その生産技術と生産要素価格に対応した生産物の産出量とその生産費が決まる。生産物 1 単位あたりの生産費用をカバーするように，生産物価格が決まる。消費財部門および投資財部門において，産出物 1 単位あたりの生産物価格が決まる。よって，効率的な生産技術が選択されるとき，生産物市場ならびに生産要素市場において，生産費によって決められる生産物価格が与えられる。もしその部門における需要が与えられるならば，その生産費で決まる生産要素価格と生産物価格が，市場均衡価格となる。

その両部門の生産技術が等しいとき，生産要素価格フロンティアは直線になる。このとき，利潤率が低下すると，より資本集約的な生産技術が選択される。図 15 において，実質賃金率が w^* に与えられると，利潤率（r^*）を最大にする生産技術が選択され，費用最小の生産技術 A が選択される。また，実質賃金率が w^{**} に与えられると，最大の利潤率（r^{**}）をもた

図 15　生産要素価格と効率的な生産



らす生産技術が選択され，費用最小の生産技術Ｂが選択される。

実質賃金率，利潤率および費用最小にする生産技術が選択されと，労働および資本の投入量も同時に決定されるので，生産物の産出量が決まる。さらに，１単位あたりの生産費も決まる。

むすびにかえて

本稿では，社会的生産関数の性質および生産要素価格曲線と生産技術の選択の関係について考察した。社会的生産関数とその性質については第１章で説明した。生産要素曲線およびその性質は第２章で説明した。第３章では，生産要素価格曲線と生産技術の関係について考察した。多数の生産技術が存在するときには，生産要素価格曲線のフロンティアは，効率的な生産技術の選択を与えることが出来る。このフロンティアにおいて，実質賃金率が決まる（与えられる）と，利潤を最大にする利潤率が決まり，同時に生産技術が決まる。さらに，生産要素価格曲線が直線であれば，利潤率の低下は，一人あたり消費量を増加させ，社会的厚生を高くする。

しかし，生産要素価格曲線が直線ではなく，曲線（例えば，その曲線が原点に凸）のときには，生産技術の再転換が起こる。つまり，ある生産技術（技術 α）が，ある利潤率のもとで選択され，そして利潤率がより低くなると他の生産技術(技術 β)が選択される。さらにより低い利潤率のもとでは，再び生産技術 α が選択される。このように，生産技術の選択が逆転するという現象は，新古典派経済学にとっては逆説的な現象である。この現象が起こると，利潤率が減少しようとも，必ずしも，一人あたりの消費量が増加するとは限らず，また，必ずしも，社会的厚生が増加するとは限らない。

本稿では，静学的な経済状態での生産要素価格曲線と生産技術の関係を主に考察した。異時点間の資源配分が，動学的経済における生産物および生産要素の配分であることを考慮すると，動学経路によって経済の動きを明らかにするためには，生産要素総量が増加する動的経済において，動学経路と生産技術の関係について考察し，さらに，経済成長と生産要素数量（資本蓄積）の関係について考察する必要がある。また，本稿では，生産の競争均衡を主に考察したが，異時点間の競争均衡として動学均衡を示すためには，生産と消費が整合する形でその均衡を考察する必要がある。

動学経路の性質については，別稿で考察することにしよう。この稿では，動学経路分析に必要な前提条件を示しておこう。本稿の第１章および第３章において活用した生産可能性曲線フロンティアは，一定の労働量および一定の資本ストックのもとで描かれ，消費財の生産と投資財の生産の選択を示していた。

動学経済では，現在の消費と将来の消費の選択が考察される。そのフロンティア上のある

点（現在の消費量と将来の消費量のある組み合わせ）から他の点（他の組み合わせ）に移ることは，実行可能であろうか。この問題は，ある定常均衡から別の定常均衡への移動は可能であるかどうかである。つまり，現在の消費量を減少させ，将来の消費量を増加さる代替が実行可能か否かである。その代替が可能かどうかは，資本ストック水準に依存する。将来の消費を増加させるためには，現在の消費水準を下げて，貯蓄を増加させ，資本蓄積の増加をもたらす。これは，資本ストック水準の増加を意味する。ある定常均衡での効率的な生産編成に必要な資本ストック水準は，必ずしも他の定常均衡での効率性をもたらす資本ストック水準とは限らない。資本ストック水準の調整が起こらない限り，ある均衡から別の均衡には移動できない。資本ストックが可変的である動学経済では，利潤最大化条件の一つとして，例えば，実質レンタルが利潤率に等しくなるように資本ストック水準を決める。

効率性を保ちながら，ある均衡から他の均衡に移動するためには，生産技術に関して適切な仮定を置く必要があろう。というのは，もし一般的な生産技術が想定されると，競争均衡経路が存在しなくなり，経済分析が困難になる。この問題を避けるために，生産技術に関する仮定が必要である。その仮定は，生産集合に関する仮定で，桃源郷の不可能性，生産集合の閉凸性，無償処分性，一次同次性および生産要素が生産的であるなどの仮定である。この仮定のもとで，消費効率的な経路の存在を示すことができる。より詳しい展開は別稿にて示すことにする。

【参考文献】

Barro. J. B. and Sala-i-Martin, X., (2004), *Economic Growth*, (2nd edition) Cambridge, The MIT Press.

Burmeister, E. (1967), "The Existence of Golden Ages and Stability in the Two-Sector Model", *Quarterly Journal of Economics* 81: 322-325.

Burmeister, E. (1980), *Capital Theory and Dynamics*, Cambridge, Cambridge University Press.

Bruno, M., Burmeister, E., and E. Sheshinski, (1966), "The Nature and Implication of the Reswitching of Techniques", *Quarterly Journal of Economics* 80: 526-553.

Garegnami, P. (1970), "Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution", *Review of Economic Studies* 37: 407-436.

Garegnami, P. (1966), "Switching of Techniques", *Quarterly Journal of Economics* 80: 554-567.

Harcourt, G. C., (1972), "Some Cambridge controversies in the theory of capital", Cambridge, Cambridge University Press.

Hicks, J. R., (1965), *Capital and Growth*, Oxford, The Clarendon Press.

Hicks, J. R., (1973), *Capital and Time: A Neo-Austrian Theory*, Oxford, The Clarendon Press.

Kelley, J. (1969), "Lancaster vs. Samuelson on the Shape of the Neo-classical Transformation Surface", *Journal of Economic Theory* 1: 347-351.

Morishima, M. (1966) , "Refutation of the Nonswitching Theorem", *Quarterly Journal of Economics* 80: 520-525.

Pasinetti, L. L. (1966), "Paradoxes in Capital Theory: A Symposium: Changes in the Rate of Profit and Switches of Techniques", *Quarterly Journal of Economics* 80: 503-517.

Pasinetti, L. L. (1970), "Again On Capital Theory and Solow's Rate of Return", *Economic Journal* 80: 428-431.

Robinson, J. (1958), "The Real Wicksell Effect", *Economic Journal* 68: 600-605.

Robinson, J. (1959), "Accumulation and the Production Function", *Economic Journal* 69: 433-442.

Robinson, J. and K. A. NaQvi, (1967), "The Badly Behaved Production Function", *Quarterly Journal of Economics* 81: 579-591.

Samuelson, P. A. (1951), "Abstract of a Theorem concerning Substitution in Open Leontief Model", In *Activity Analysis of Production and Allocation*, ed. by T. C. Koopmans. Wily, New York.

Samuelson, P. A. (1962), "Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review Economic Studies* 24: 193-206.

Samuelson, P. A. (1966), "A Summing Up", *Quarterly Journal of Economics* 80: 318-321.

Solow, R. M. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics* 70: 65-94.

Stiglitz, J. E. (1970), "Non-Substitution Theorems with Durable Capital Goods", *Review of Economic Studies* 37: 543-553.

Uzawa, H. (1985), *Preference, Production* and *Capital Selected papers of Hirohumi Uzawa*. Cambridge, Cambridge University Press.

Weitzman, M. L. (1970), "Optimal Growth with Scale Economics in the Creation of Overhead Capital", *Review of Economic Studies* 37: 555-570.

Turnovsky, S. J. (1995), *Methods of Macroeconomic Dynamics*, Cambridge, The MIT Press.

（くぼた　よしひろ　マクロ経済学，金融論専攻）

（2004 年 12 月 25 日受理）