《論　文》

概念的知識の適用を阻害する要因について
―「等周長問題」はなぜ難しいのか？―

工　藤　与 志 文

要　旨
本論文の目的は，問題解決過程を例に，概念的知識の適用を阻害する要因について検討することである。「等周長問題」は，正方形の周長を固定したまま，平行四辺形に変形した場合の面積の大小判断を問うものである。この問題は平行四辺形の求積公式を用いることによって，容易に解決できる。しかし多くの研究において，大学生でさえも「周長が同じだから面積も同じである」という誤判断をすることが少なくないことが報告されている。２つの実験によって等周長問題の解決過程が分析された。実験１では，底辺と高さという適切属性に着目させる介入により，公式による解決が促進されるかどうか検討した。その結果，介入の効果はなく，むしろ「底辺と高さが等しいから面積も等しい」という不合理な理由づけが増加した。実験２では，高さを示す補助線を図形に書き加えたバージョンを課した。その結果，ほとんどの被験者が正答でき，「高さが減少する」という正しい理由づけを行うことができた。これらの結果から，等周長問題の解決が難しいことの背景に，⑴問題の表面的な特徴によってアクセスする知識を決める傾向⑵自らの直観的結論を支持する証拠のみを探そうとする傾向があることが示唆された。これらの傾向について，S. A. Sloman （1996，2002）の推論システム論との関連が論じられた。

キーワード：概念的知識，知識の適用，等周長問題，直観的信念

０．はじめに

本論文の目的は，概念的知識の適用を阻害する要因について，「等周長問題」解決に関する一連の実験を通じて浮かび上がってきた点を論ずることにある。「求積公式」という小学校算数で学習する知識を用いれば容易に解決できる問題でありながら，大学生であっても解決に失敗するケースが少なくない「等周長問題」をとりあげることで，学校で学ぶ知識の適用可能性の狭さ，いわゆる「学校知」問題の背景を探る手がかりを得られるのではないかというのが，本論をまとめるに当たっての筆者の問題意識である。論を進めるに当たり，まずは「等周長問題」について説明しなければならないだろう。

1．「等周長問題」とは何か

等周長問題とは，図形の周りの長さをそのままに変形した場合，面積がどうなるかを問うものである。問題文の一例を図１に示す。問題そのものはきわめて単純であり，解決するには小学校算数で学習する「平行四辺形の求積公式」を適用すればよい。公式に基づく解決例を図２に示す。

このように等周長問題は，算数の知識があれば簡単に正答を導ける問題であるように思われる。ところがこの問題に対して，「面積は同じである」とする誤反応がしばしば見られることが指摘されている。しかもこの誤反応は，求積公式を学習済みの者においても例外的ではない（工藤・白井，1991；Dembo, Levin & Siegler, 1997；Stavy & Tirosh, 2000）。白井による大

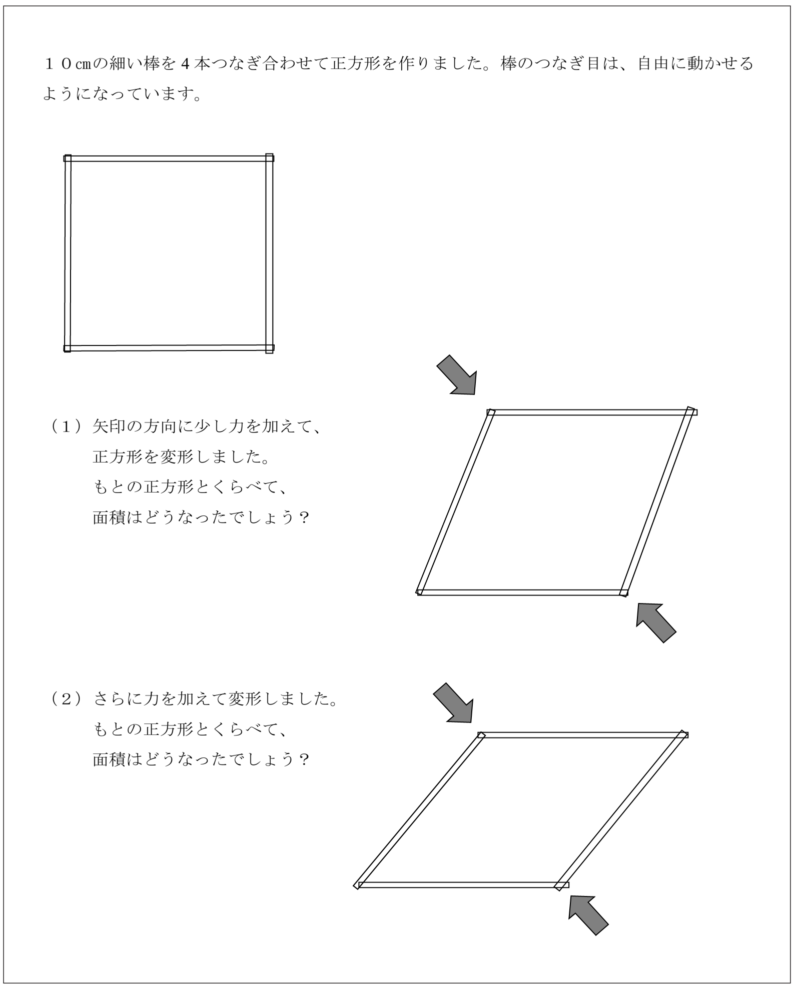


図１　「等周長問題」の一例

平行四辺形の面積＝底辺×高さである。底辺をａ、高さをｂとすれば、正方形の面積はａｂすなわち、10 × 10 ＝ 100 ㎝^{2}となる。次に、変形されると底辺ａは固定されているが、高さｂが縮むことから、ｂ＜ 10 となり、ａｂ＜ 100 ㎝^{2}となるはずである。したがって、変形後の面積の方が小さいことになる。

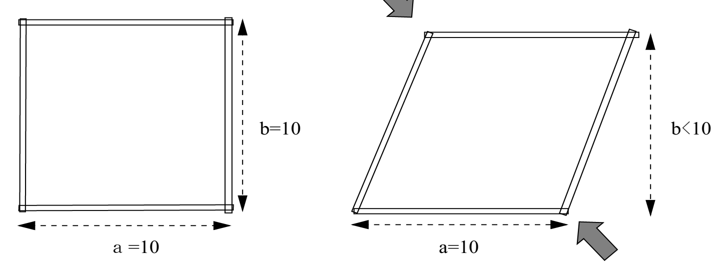


図２　求積公式による「等周長問題」の解決例

学生を対象とした大規模な調査においても，同様の問題に対して「面積は同じである」という誤反応の出現頻度が最も高く，その割合は44％に達している（荒井他，2004)。それでは，なぜこのような誤反応が生じるのであろうか。誤反応における典型的な理由づけが「周りの長さが同じだから」であることに着目し，工藤・白井（1991）は「周長同じならば面積同じ」という誤ったルール（周長ル・バー）の存在を想定している。同様に，Stavy & Tirosh（2000）は，"sameA-sameB" タイプの直観的ルールの存在により説明している。以上の説明はいずれも，図形の周長と面積の間に誤った関係を認識した結果，誤ったルールが形成され，それに基づいて解決するから，というものである。この説明が妥当であるとすれば，等周長問題の解決に失敗する原因は，誤ルールのみが活性化され，「公式」が不活性のままになっていることにあると言えよう。

しかしながら興味深いことに，誤反応した者に公式の使用に関するヒント（平行四辺形の求積公式を使えば問題が解ける）を提供しても，容易に正反応に転換しないという事実が指摘されている（工藤，2003；工藤2004a，2005)。この事実は，解決の失敗が，単に求積公式を使用できる点に気づかなかったからではないことを暗示している。等周長問題の誤答者にとって，求積公式に関する知識はむしろ「使えない知識」「役に立たない知識」なのである。本来，役に立つはずの公式をなぜ使えないのか。この問題を解明することは，概念的知識の適用や転移可能性の問題を考える上で示唆に富むものと考えられる。

この点に関係して，工藤（2004a，2005）は，等周長問題解決の失敗の背景に，求積公式に関する知識の操作の不十分さがあることを指摘している。求積公式は通常，面積の計算に使用されるが，等周長問題では直接面積の算出を求めているわけではない。等周長問題に公式を適用するには，図３に示したような，数値の代入以上の「操作」が求められる。この操作が不十

分にしかできないと，「公式を使えば解決できる」とヒントを出したところで，どのように公式を使えばいいか，わからないのではないかと考えられる。そこで，各被験者の公式に関する知識操作水準と等周長問題解決の関係を検討したところ，予想通り，等周長問題の誤答者には操作水準の低い者が多いことが確認された。また，等周長問題解決に失敗する者は，公式を単なる「求積手続き」と考える傾向のあることも示された。

以上の先行研究の結果を一般化すると，知識の適用可能性を拡大するには，その知識表象の操作が重要なポイントとなるということである。教育的観点からすれば，知識表象の操作水準を拡大することが，その知識の適用可能性を拡大することにつながるだろう。この点を確認するため，工藤（2004b，2007a，2007b）は一連の研究において，求積公式の操作による様々な問題解決例を示すことの有効性を検討した。公式操作のモデルとなる「実例」を示すことで，公式が単なる求積手続きではないことが理解されるとともに，操作水準が高まって等周長問題解決が促進されるのではないかと考えたのである。しかしながら，いずれの研究においても，解決が促進されたことを示す結果は得られないままであった。

①平行四辺形の面積は底辺と高さをかけ合わせたものに等しい。

↓

②底辺が同じ場合、面積は高さのみできまる。

↓

③底辺が同じ場合、高さが低くなれば面積は小さくなる。

↓

よって、等周長問題では変形後の方が面積が小さくなる。

図３　等周長問題の解決過程で想定される知識操作（工藤，2005より引用）

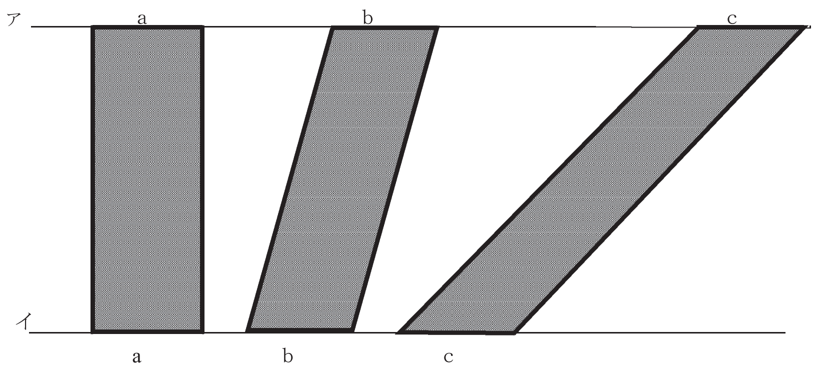
２．実験Ⅰ ― 適切属性に着目させることの効果 ―

目　　的

以上の結果をふまえ，本研究では，面積公式の適用をより直接的に促すことの効果を検討することにした。すなわち，等周長問題への公式適用にあたって，適切属性である「底辺」や「高さ」に着目しやすいように，より直接的な介入をおこなった。具体的には，算数の教科書にしばしば見られる「等積変形図」（図４）を直前に提示し，「小学生にこの図を使って何を教えるか」を問うことにした。等積変形図では，３つの四角形が示されるが，それぞれの底辺と高さは固定され，一方，周りの長さは異なっている。つまり，等積変形図について考えさせることによって，面積公式が直前に活性化されるのみならず，「底辺と高さ」が適切属性であり，「周長」が不適切属性であることが明瞭に示されることになる。このような介入によって，直後の

等周長問題解決においても底辺と高さの変化に着目しやすくなり，解決が促進されるだろう。本研究はこの予想を確認するためにおこなわれた。

小学校5年生の算数の教科書には、次のような図がのっていることがあります。



※線アと線イが平行線で、辺ａ、ｂ、ｃがすべて等しい時、
３つの四角形の面積は等しい。

さて質問です。あなたが先生だとしたら、この図を使ってどんなことを教えますか。

図４　等積変形図

方　法

被験者および調査時　札幌市内の文系大学生55名。ほとんどが小学校教員免許状取得希望者である。調査は2007月６月に実施された。

手続き　教育方法・技術論の講義時間に「面積に関する知識調査」と題した調査用紙を配布し，各自のペースで回答してもらった。所要時間は15分程度であった。

冊子の構成　冊子は以下の順で構成されていた。

① 操作問題：平行四辺形の求積公式を操作して得られた命題８項目それぞれについて，公式が意味していると思うか否か，尋ねる問題。これにより，公式の操作水準を測定する。

② 求積問題：具体的な平行四辺形を示し，求積させる問題。

③ 等積変形問題：等積変形図を示し，自分が先生だったらこの図を使ってどんなことを教えるか問う問題（図４参照）。

④ 等周長問題Ⅰ：10㎝の棒でつくった正方形の角度を変えることで連続的に変形し，面積の大小等判断を求める問題（図１参照）。

⑤　等周長問題Ⅱ：公式を使うと解けるというヒントを提示し，再度，等周長問題Ⅰの解決を求める問題。

結果と考察

結果は本論文と関連する範囲で紹介する。まず，被験者全員が求積問題に正答としていたので，55名全員を分析対象とした。等周長問題の結果は，等周長問題Ⅰの段階で正答していた者27名（49％），等周長問題Ⅱのヒントで正答に転じた者２名（４％），ヒントを出されても正答に転じなかった者26名（47％）であった。これらの結果は，先行研究の結果と大きく変わらなかった[1]。等積変形図の提示は課題解決の促進効果を持たなかったと言えよう。とはいえ，実験Ⅰの結果で先行研究と異なった点が全くなかったわけではない。それは,「面積は変化しない」という典型的な誤答の理由づけにおいて,「高さが同じだから」を挙げる者が増加した点である。図5は，等周長問題で最終的に誤答した者を対象に，問題Ⅰの⑴の誤答理由を以下のようにカテゴリー化し，その占有率を諸研究間で比較したものである。

①　「辺の長さが同じである」ことに言及した理由
②　「高さが同じである」ことに言及した理由
③　「辺と高さが同じである」ことに言及した理由

図５に示されるとおり，本研究では「辺の長さと高さが同じだから」が倍増していることがわかる。本研究が先行研究と最も異なっている点は，底辺と高さへの着目を直接的に促していることであるので，理由づけの違いもその影響であると考えられよう。つまり，等積変形図の提示は，公式の適用を促進するのではなく，むしろ，誤答の理由づけに面積公式を利用することを促進してしまったのである。公式は問題を解決するための手がかりではなく，自明と思わ

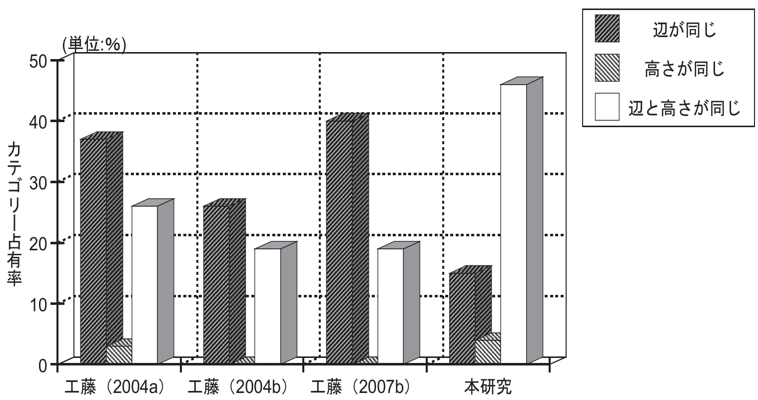


図５　等周長問題の誤答に対する理由づけのカテゴリー別占有率

れた結論（面積は等しい）の不合理な理由づけに利用されたにすぎない[2]。

理由づけの不合理性は，被験者の問題用紙への書き込みからもうかがうことができる。被験者の中には，高さを正確な位置に書き込みながら，しかも「高さが同じ」と理由づけする者がいた。このことは，不合理な理由づけが，高さと斜辺の混同によるものではないことを示している。また，誤った数値を書き込んだ例もあった。たとえば，ある被験者のケースでは，変形量の小さい図形に高さを引いて「10㎝」と書き込んだ。そして，等面積の理由を「底辺と高さが同じだから」とした。これに対し，変形量の大きい図形については「まわりの長さが同じだから」という別な理由を持ち出している。この被験者の場合，等面積という結論を保持するために理由を使い分けているようである。また，別の被験者のケースでは，変形量の大きい図形に対しても高さ10㎝と書き込んでいた（図６参照）。

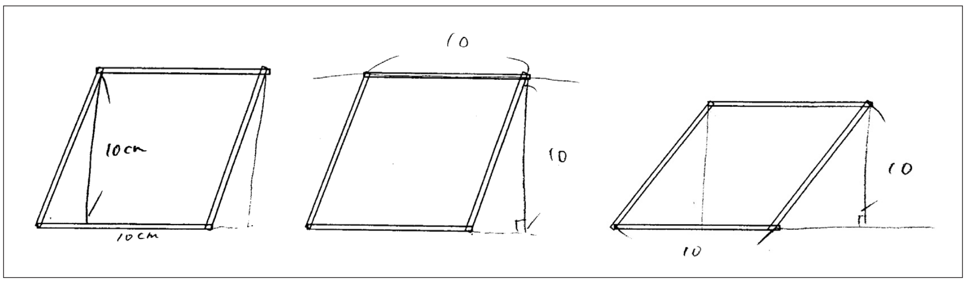


図６　問題文に誤った数値を書き込んだ例

以上の分析から，底辺と高さといった適切属性へ着目させようという介入は，等面積という判断の見直しにつながらず，場合によっては，視覚的判断が容易な「高さの減少」さえも否定させる形で働いたことがうかがえる。

３．実験Ⅱ — 補助線導入の効果 —

目　　的

ところで，等周長問題において「高さの減少」をさらに明示的にした場合でも，実験Ⅰでみられた不合理な理由づけはやはり生じるだろうか。それとも，その種の理由づけは放棄されるだろうか。仮に，不合理な理由づけが周長ル・バーの確信の強さに由来するのだとするならば，等面積という結論を保持するために，理由づけを「高さが等しい」から「周りの長さが等しい」に変えるはずである。この点を確かめるために実験Ⅱが行われた。

方　　法

実験Ｉの約１ヶ月後に，実験Ｉの結果をフィードバックしないまま，同一被験者に対して等周長問題Ｉの補助線バージョンを課した（図７参照）。このバージョンでは，正方形の１組の対辺をそれぞれ延長した補助線が引かれており，さらに同間隔の補助線が平行四辺形にも引かれている。両補助線の間が正方形の高さを表しているので，平行四辺形の高さが減少していることがみてとりやすくなっている。

結果と考察

問題⑴⑵ともに，正答率は90％に達し，ほとんどの者が「面積が減る」と回答した。しかも正答者は全員「高さが減ったから」と正しい理由づけをしていた。一方，誤答者の理由づけで

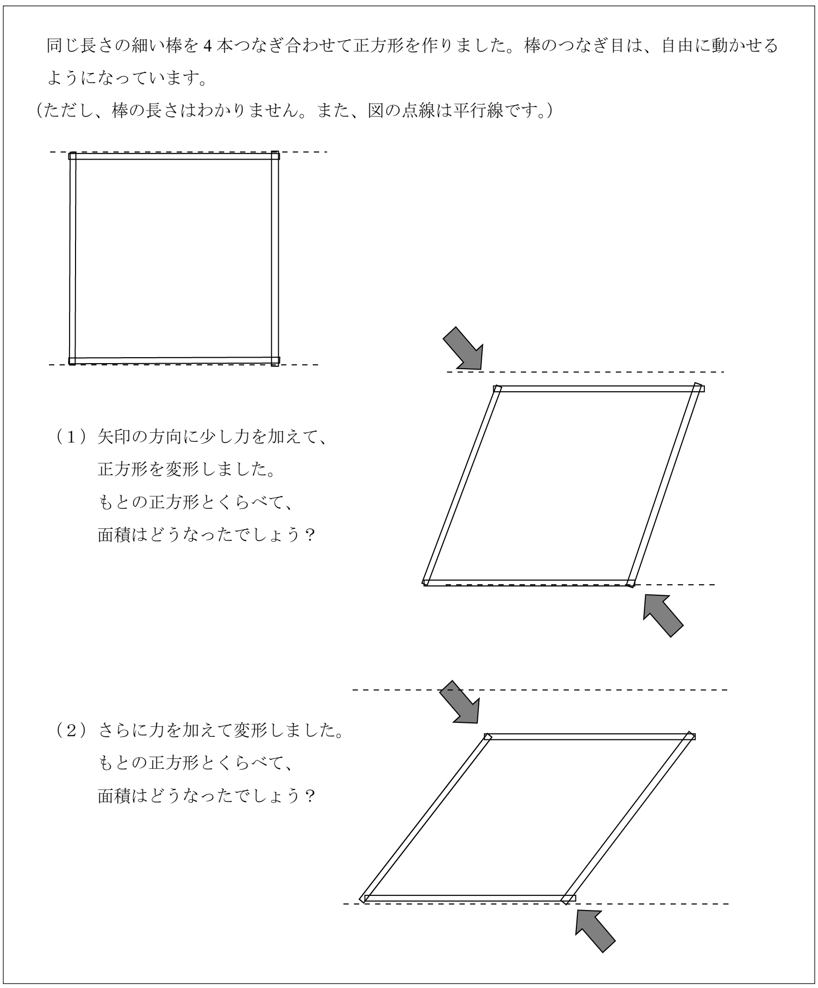


図７　「等周長問題」補助線バージョン

も「高さが同じ」とする者は皆無であり，「周長が同じ」という理由づけは１名のみであった。つまり，オリジナルバージョンで「高さが同じだから面積は同じ」と判断した者が，補助線バージョンでは「高さが低くなったから面積は減る」と判断するように変化したことになる。したがって，実験Ⅰで見られた不合理な理由づけは，周長ル・バーに固執するあまり生じたのではないと結論づけられる。

４．実験ⅠおよびⅡから得られる示唆

筆者は先行研究において，等周長問題解決の困難さを，求積公式の適用の失敗に帰するという立場を取ってきた。そして，その失敗は公式に関する知識操作のあり方と関係があることを示してきた。しかしながら，本研究の結果から，等周長問題の難しさには，公式適用とは別の問題が絡んでいることを認識せざるを得なくなった。この問題とは以下の２つの傾向である。

① 問題文の顕著な特徴のみに頼って，アクセスする知識を決定する傾向
② 周長ル・バーに由来する直観的結論（面積は等しい）の証拠のみを探し，他の可能性を吟味しようとしない，あるいは否定しようとする傾向

傾向①は，等周長問題のオリジナルバージョンと補助線バージョンで相反する理由づけがなされたことに示されている[3]。オリジナルバージョンでは「等周長」が顕著な特徴なので周長ル・バーがアクセスされやすいのに対し，補助線バージョンでは「高さの減少」が強調されていたので求積公式にアクセスされやすいのだろう。その意味では，ル・バーも公式も，問題に示される特徴にしたがって使い分けられる知識であり，一貫した判断基準としての役割を果たしていないといえる。また傾向②は，周長ル・バーからの結論の導出が自動的であり，公式を使用する際に想定されるような一連の操作（図３参照）を行う必要のないことが背景にあるものと思われる。この「はじめに結論ありき」の状態が，「確証バイアス（confirmation bias）」（Evans, 1989）を導くことになるのだろう。確証バイアスとは，自身の信念や仮説を確証する証拠を探し，それらを反証する証拠を避けようとする一般的な推論傾向のことである。「周りの長さが等しいのだから面積も等しい」と結論づけた被験者の場合，このバイアスがはたらくと，その証拠や理由を見つけることに推論が集中し，「面積が等しくない」可能性を検討する方向に推論が進まないことになる[4]。確証バイアスがいかに強力であるかは，反証する力を持つはずの「高さの減少」を否定するという不合理な理由づけが増加したことからも知ることができよう。いったん，公式が直観的結論の理由づけに利用されてしまえば，公式の正しい適用が絶望的になることは，想像に難くない[5]。

以上の検討から，実験ⅠおよびⅡにおける典型的な推論過程を推測してみよう（図８参照）。

オリジナルバージョンの場合，問題文に示された情報の中でもっとも顕著なのは，周長が保存されているということである。被験者は全員「求積問題」には正答していたので，公式について熟知していたはずであるが，それにもかかわらず，多くの被験者が公式ではなく周長ル・バーにアクセスし，そこから直観的な結論を導き出したものと考えられる。ここに，問題文の顕著な特徴のみに頼って，アクセスする知識を決定する傾向が見て取れる（傾向①）。このために，本来使用すべき知識に対するアクセスが制限されてしまうのである。続いて，周長ル・バーによって自動的に結論が得られた後に被験者がしなければならないのは，その結論を理由づけることである（確証バイアス）。公式使用の圧力が少ない場合には，ル・バーがそのまま結論の理由づけに利用され，「辺の長さが等しいままだから面積が等しい」というトートロジカルな判断が主流になるだろう。先行研究の結果（図５参照）は，この推論を支持している。一方，実験Ⅰでは，直前の等積変形図提示により公式使用の圧力が高まっているので，公式は直観的結論の理由づけに利用されやすくなる。既に自明の結論が得られているので，公式は結論を導く手かがりではなく，既存の結論の理由づけに利用されるのみである（傾向②）。さらに，補助線バージョンでは高さの減少が見て取りやすいので，公式にアクセスしやすくなり，そのまま公式が理由づけに用いられることになるのだろう。ここで注意しておきたいのは，補助線バージョンにおける推論過程が決して傾向①や②を免れているわけではないということである。実験ⅠとⅡはともに同一被験者を対象としたものであり，ほぼ同一の問題に対して著しく異なった判断と理由づけをしていることを考慮すると，補助線バージョンでの成績向上は，アクセスした知識がたまたま正しい知識であり，そこから正しい判断を導くことができた結果にすぎないものと思われる[6]。

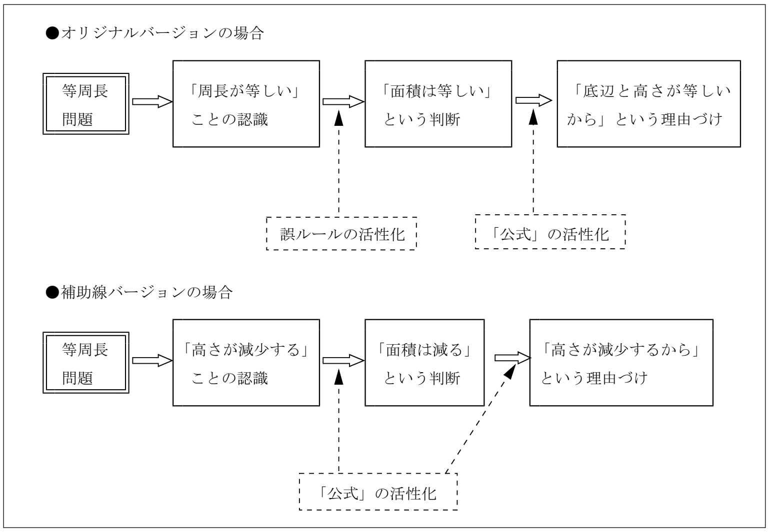


図８　典型的な推論過程

5．推論システム論からの検討

これまでの議論から，等周長問題解決の難しさの背景には，解決に用いる知識そのものの問題だけでなく,解決過程における推論のあり方に大きな問題のあることが浮かび上がってきた。この問題を検討する上で参考になると思われるのが，Sloman（1996，2002）の推論システム論である（表１参照）。Sloman は推論システムを，「連合型システム（associative system)」と「ルール型システム（rule-based system)」に大別することを提案している（表１参照)。Sloman によると，連合型システムとは環境における特性間の頻度や相関関係といった統計的規則性に基づく推論システムである。その作動原理は刺激間の類似性や時間的近接性であり，推論は過去経験によって形成された連合的関係に関する知識の再生による。たとえば,「物体Ｘは電気を通した」という経験から,「未知の物体ＹはＸと似ているので，電気を通す」と判断する場合がこれに当たる。連合型システムでは，推論の結果が自動的に生成されるので，推論の結果のみが意識される。一方，ルール型システムは，記号操作によって作動する推論システムである。「教育」のようなフォーマルなシステムによって形成される因果的・論理的・階層的関係に関する知識に基づき，過去経験の再生を越えた生産的かつ体系的な推論を可能にする。ここで言う「生産的」とは，命題を無制限に生成しうる（「金属は電気を通す性質を持つ」というルールから，あらゆる金属の通電性について判断することができる）という特徴を指している。また「体系的」とは，ある事柄について思考する能力が，関連する他の事柄について思考する能力を含意している(「金属は電気を通す性質を持つ」というルールを考え得る人は「電気を通す物体は金属である」可能性についても考え得る）ことを意味している。このルール型システムは戦略的な処理を特徴としているため，連合型システムの場合とは対照的に，推論の結果のみならず過程も意識されることになる。

Sloman の推論システム論の特徴の一つは，２種のシステムの相互作用を仮定する点である。

表1　２種の推論システム

	連合型システム	ルール型システム
作動原理	類似性と時間的近接性	記号操作
知識の源泉	個人的経験	言語，文化，形式的システム
表象の基本単位	具体的かつ包括的概念，イメージ，ステレオタイプ，特性の集合	具体的，包括的，抽象的概念，抽象化された特性，構成的記号
表象間の関係	(a)連合的 (b)ゆるやかな制約	(a)因果的，論理的，階層的 (b)緊密な制約
情報処理の性質	(a)再生的だが「類似性に基づく一般化」も可能 (b)全体的な特性計算と制約の充足 (c)自動的	(a)生産的かつ体系的 (b)関連する特性の抽象化 (c)戦略的

※Sloman（2002）により作成

２つのシステムは互いに独立して働くのではなく，問題解決過程において混在し，互いに影響しあっている。このことを例証するものとして，Sloman（1996，2002）は「互いに矛盾する信念が同時に生起する現象（simultaneous contradictory belief)」をいくつかあげている。たとえば，Sloman（1988）は階層的カテゴリーの特性判断において，上位カテゴリーの特性を下位カテゴリーに付与する程度が，カテゴリーどうしの類似性の程度に影響されることを報告している。カテゴリーの階層関係に基づいて判断すれば，カテゴリー間の類似性に関係なく，上位カテゴリーの特性はすべて下位カテゴリーの特性となるはずである（「すべての人間が死ぬ」のであれば，「すべての日本人は死ぬ」に違いない)。ところが，カテゴリーの類似性を操作すると，類似性が高いほどその結論を「もっともらしい」と判断する傾向があるというのである。ここには，同一の問題解決の中に連合型システムによる推論（カテゴリーの類似性）とルール型システムによる推論（カテゴリーの階層関係）の混在を見て取ることができる。

本論文との関係でSlomanのシステム論が興味深いのは，等周長問題解決に使用された2つの知識，すなわち求積公式および周長ル・バーと推論システムとの対応関係である。求積公式は学校においてフォーマルな形で学ばれるルールであり，多様な問題の解決に使用するためには，意識的な操作が必要である（工藤，2005)。公式に示されている情報は，底辺や高さと面積の間の数量的関係を示すものであり，単なる相関関係ではない。公式に関する知識が，ルール型システムの下ではたらく性質のものであることは疑いないだろう。対照的に，周長ル・バーは周長と面積の共変関係の認識に基づいて形成されたインフォーマルな知識であり，両特性の間に相関関係があることを表現しているにすぎない。これらの特徴から，周長ル・バーは連合型推論システムの産物であるように思われる。さらに，周長ル・バーによる解決過程では，傾向②が示唆するように，知識の操作過程を経ずに結論が自動的に生成されているふしがあるが，この特徴は連合型システムのそれと一致している。またSlomanは，連合型システムが作用している例として，過去に遭遇した問題との類似性に基づいて回答を再生して問題解決をはかる場合を挙げているが，この点は傾向①と関連があるだろう。すなわち，通常の求積問題では公式を適用した被験者が，等周長問題に対して公式にアクセスしなくなるという事実は，問題文の表面的類似性によってアクセスする知識を判断する傾向があることを暗示するものである。おそらく，求積公式のアクセスされやすさは，求積タイプの問題との類似性の関数であるだろう。どのルールの支配にあるのかという観点ではなく，過去に遭遇した問題文のどれと類似しているかという観点に基づいて，使用する知識を決定する傾向は，連合型システムの特徴と一致している。

６．今後の研究に向けて

以上の考察から，等周長問題解決の難しさの本質は，「連合型推論システム」の作動により，

「ルール型推論システム」の作動が妨害される点にあると結論づけることができる。Sloman は，一般に連合型システムはその作動の素早さと効率性により，しばしばルール型システムよりも先行して作動し，その働きを無効にすると述べている。等周長問題解決の失敗において起きていることがまさにこの現象だとすれば，新たな研究課題が得られることになるだろう。第１に，等周長問題解決の成功者と失敗者の間で，解決時に作動している推論システムが異なっている可能性がある。この推測が正しいとするならば，成功者のルール型システムが連合型システムの作動を抑制することができるのはなぜか，逆に，失敗者のルール型システムが連合型システムの侵入を許すのはなぜか，追求されなければならない。推論システムのあり方と知識操作水準の関係も検討に値する課題であろう。第2に，傾向①に示されたような，問題文の特徴によってアクセスする知識を変える傾向と推論システムとの関連である。すでに述べたように，実験Ⅱの結果では多くの被験者が公式を正しく適用できたが，それは必ずしも一貫した判断基準として公式を使用した結果ではない。求積タイプの問題に近いから公式にアクセスする，あるいは，求積タイプの問題とは似ていないので公式にアクセスしないという傾向が実際に存在するとすれば，それはむしろ，連合型システムが作動している証拠となるだろう。つまり，本来ルール型システムのもとで働くべき知識が，連合型システムのもとで働く可能性が示されたことになる。Sloman が主張しているように，それぞれの知識がどのシステムの下で働くかは，知識の内容や形式によってあらかじめ決まっているわけではないのかもしれない。公式のような本来ルール型システムで作動すべき知識であっても，専ら，連合型システムで作動するように学習されてしまう場合があるのではないだろうか。たとえば，公式の持つ概念的な意味の指導が不十分で，専ら求積問題を解くための手続きとして教えられるならば，求積タイプの問題に遭遇した場合にのみアクセスすべき知識として学習されるだろうし，結果的にその知識表象の操作水準も低いことになるだろう。知識の学習形態と作動する推論システムとの関係についても，今後検討しなければならないだろう。

このように，推論システム論の導入は，等周長問題解決の研究に新たな展望を開くことになるものと思われる。そしてまた，等周長問題が学校で学ぶ知識の適用可能性を検討する一つのモデルケースであるならば，知識の適用が阻害される他の同様の現象に対しても，推論システム論を適用してみる価値があるかもしれない。さらに筆者は，推論システム論がルール学習研究の枠組みに対して，大きな転換を迫る可能性があると思っている。しかし，この点を論ずることは本論文の趣旨とはずれることになるので，稿を改めたい。

文　献

荒井龍弥・宇野忍・斎藤裕・工藤与志文・白井秀明・舛田弘子　2004　誤った知識の保持状況と修正過程に関する研究　平成14・15年度科学研究費補助金　基盤研究(C)(1)研究成果報告書（研究課題番号14510162）

Dembo, Y., Levin, I., & Siegler, R. S.　1997　A comparison of the geometric reasoning of students attending Israeli ultraorthdox and mainstream schools. Developmental Psychology, 39. 92-103.

Evans, J. St. B. T.　1989　Bias in human reasoning: Causes and consequences. London: Erlbaum Associates.
工藤与志文　2003　等周長問題の解決における「不活性知識」としての求積公式― 大学生を対象とした事例研究 ―　札幌学院大学人文学会紀要，74，27-40.
工藤与志文　2004a　概念的知識の適用可能性と知識操作水準との関連について　第４回教授学習心理学研究会　発表資料（未公刊）
工藤与志文　2004b　概念的知識の適用可能性を促進する知識操作活動の有効性について　教授学習過程研究会　発表資料（未公刊）
工藤与志文　2005　概念的知識の適用可能性に及ぼす知識操作水準の影響― 平行四辺形求積公式の場合 ― 教育心理学研究，53，405-413.
工藤与志文　2007a　適用方略の拡張によるルールの一般化可能性促進の試み　思考過程研究会東京例会　発表資料（未公刊）
工藤与志文　2007b　適用方略の拡張によるルールの一般化可能性促進の試み（その２）（未発表）
工藤与志文・白井秀明　1991　小学生の面積学習に及ぼす誤ルールの影響　教育心理学研究，39，21-30.
佐藤誠子　2007　小学生の面積大小判断に及ぼす認知的ツールの提示と公式の定性的理解の援助の効果　日本教育心理学会第49回総会発表論文集,679.
Sloman, S. A.　1996　The empirical case for two systems of reasoning. Psychological Bulletin, 119, 3-22.
Sloman, S. A.　1998　Categorical inference is not tree: The myth of inheritance hierarchies. Cognitive Psychology, 35, 1-33.
Sloman, S. A.　2002　Two systems of reasoning. In T.Gilovich, D. Griffin, & D. Kahneman (Eds.), Heuristics and biases: the psychology of intuitive judgement. pp. 379-396. NewYork: Cambridge University Press.
Stavy, R., & Tirosh, D.　2000　How students (mis-) understand science and mathematics: Intuitive rules. NewYork: Teachers College Press.

註

1　たとえば工藤（2005）では，等周長問題Ⅰの段階で正答した被験者の割合は46％，等周長問題Ⅱのヒントで正答に転じた者は17％，ヒントを出されても正答に転じなかった者は37％であった。

2　佐藤（2007）は小学6年生を対象に，等周長変形場面での面積の減少を具現化する「認知的ツール」（長方形の枠にパン粉をつめ，平行四辺形に変形するとパン粉が盛り上がることを見せる）の提示効果を検討した。その結果，認知的ツールの提示は等周長変形課題の解決を促進したが，一方で等積変形課題の解決を妨害することがわかった。この結果は，等周長変形場面と等積変形場面を混同し，後者に対しても「面積が減る」と判断するようになった可能性を示唆している。本研究の場合も，等周長問題で「底辺と高さが同じ」といった理由づけが増えたのは，直前に提示された等積変形図との混同がおこったからだと説明することも可能ではある。しかしながら，問題間の混同による「判断の変化」と判断の「理由づけの変化」は別次元の問題であること，さらに「面積が同じ」という誤答の割合が，等積変形図を提示していない先行研究と同程度であることから，問題間の単純な混同による説明は困難であると思われる。

3　この理由づけの変化については，「高さの減少」か気づきやすい問題であったか，気づくにくい問題であったかの違いで説明できると思われるかもしれない。しかし，実験Ⅰでは「高さが同じ」という理由づけが増加していることから，そのような理由づけをした被験者は「高さの減少」を積極的に否定しているのであり，「高さの減少」に気づかなかったわけではない。

4　「公式を使えば解ける」というヒントの効果が乏しいのも，この点と関係しているかもしれない。なお，確証バイアスについては，工藤（2003）の事例研究においても言及されている。

5　その証拠に，問題Ⅰの段階で「高さ」を理由に誤答しながらも，問題Ⅱ（ヒントあり）で正答に転じた被験者は，これまでのデータを合算しても３名しか存在しないのである（「周長」を理由づけに用いて，正答に転じた被験者は21名いる）。

6　最近公表された学力テストの結果（『平成19年度　全国学力・学習状況調査【小学校】調査結果概要』文部科学省　国立教育政策研究所）によれば，小学生の問題解決過程においても傾向①が見られるようである。すなわち，底辺と高さの長さを与えて平行四辺形の面積を算出するタイプの問題（算数Ａ問題５設問１）では正答率が96.0％であったにもかかわらず，平行四辺形の求積公式を使って公園の面積を比較する問題（算数Ｂ問題番号５設問３）の正答率は18.2％にすぎなかった。両問題に一貫して公式を適用できた小学生は２

割に満たなかったものと推定できる。注目すべきは，後者の問題の誤答で目立ったのが周長を手がかりに面積を算出したり判断するという周長ル・バーと関連するものであり，これが全体の41.9%を占めたことである。つまり，後者の問題の正答率が低かったのは，単に公式の適用に失敗したというよりも，公式とは別の知識にアクセスしたためと考えられる。

Analysis on factors obstructing application of conceptual knowledge

KUDO Yoshifumi

The purpose of this paper is to examine some factors obstructing application of conceptual knowledge as an example of problem solving process. The "same perimeter problem (SPP) " is a task that asks whether the area of a transformed parallelogram in which only the angles have been changed is equal to the area of the original rectangle.SPP can be solved easily by using an area formula of parallelogram.But some published researches have reported that even university students sometimes judge incorrectly that the two areas are equal because the two perimeter remain the same.Two experiments were carried out in order to analysis the processes of solving SPP.In first experiment it was investigated whether an intervention that attract subjects' attention to "height and base" helped them solve SPP by using the formula. As the result the intervention was of no effect and increased the subjects who misjudged on the irrational grounds that the base and height of both shapes remained the same.In second experiment subjects were set a new version of SPP to which parallel lines that indicated the height of the shapes were added.The result showed that most subjects judged correctly that the area of the transformed shape was smaller and could give a valid reason that the height lowered after the trasformation.Thus it suggests that the factors obstructing a use of the formula are subjects' tendencies (1) to decide as to what knowledge should be accessed on the base of certain surface features of the problem and (2) to seek information consistent with their intuitive beliefs.The relation of these tendencies to "two systems of reasoning" by S. A. Sloman (1996, 2002) was also discussed.

Keywords: conceptual knowledge, application of knowledge, same perimeter problem, intuitive belief

（くどう　よしふみ　本学人文学部教授　教育心理学専攻）